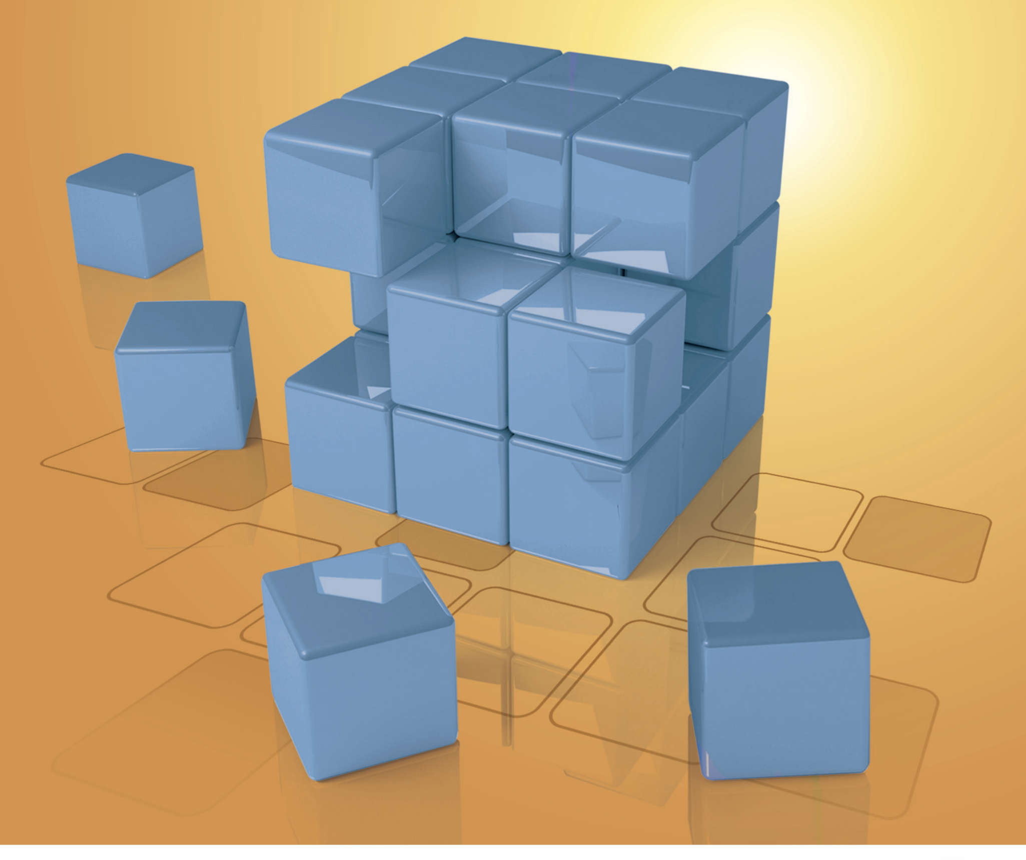
# Aritmética

## Actividades

Tercer grado de Secundaria











Aritmética
Libro de actividades
Tercer grado de Secundaria
Colección Intelectum Evolución


RUC 20545774519
Jr. Dávalos Lissón 135, Cercado de Lima
Teléfonos: 331-1535 / 331-0968 / 332-3664
Fax: 330 - 2405
*E-mail:* ventas_escolar@edicioneslexicom.com
www.editorialsanmarcos.com

Responsable de edición:
Yisela Rojas Tacuri

Equipo de redacción y corrección:
Josué Dueñas Leyva / Christian Yovera López
Marcos Pianto Aguilar / Julio Julca Vega
Óscar Díaz Huamán / Kristian Huamán Ramos
Saby Camacho Martinez / Eder Gamarra Tiburcio
Jhonatan Peceros Tinco

Diseño de portada:
Miguel Mendoza Cruzado / Cristian Cabezudo Vicente

Retoque fotográfico:
Luis Armestar Miranda

Composición de interiores:
Lourdes Zambrano Ibarra / Natalia Mogollón Mayurí
Roger Urbano Lima

Gráficos e Ilustraciones:
Juan Manuel Oblitas / Ivan Mendoza Cruzado

Primera edición: 2013
Tiraje: 15 000

Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú
N.º 2013-11992
ISBN: 978-612-313-053-4
Registro de Proyecto Editorial N.º 31501001300690



Impreso en Perú / *Printed in Peru*

Pedidos:
Av. Garcilaso de la Vega 978 - Lima.
Teléfonos 331-1535 / 331-0968 / 332-3664
*E-mail*: ventas_escolar@edicioneslexicom.com

Impresión:
Editorial San Marcos, de Aníbal Jesús Paredes Galván
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, Lima, S.J.L.
RUC 10090984344





# Contenido


| | Temas | Páginas |
|---|---|---|
| PRIMERA UNIDAD | Lógica proposicional | |
| | Aplicamos lo aprendido | 6 |
| | Practiquemos | 8 |
| | Teoría de conjuntos | |
| | Aplicamos lo aprendido | 11 |
| | Practiquemos | 13 |
| | Numeración | |
| | Aplicamos lo aprendido | 16 |
| | Practiquemos | 18 |
| | Operaciones básicas en el conjunto $\mathbb{Z}^+$ | |
| | Aplicamos lo aprendido | 21 |
| | Practiquemos | 23 |
| | Maratón matemática | 26 |
| SEGUNDA UNIDAD | Teoría de la divisibilidad | |
| | Aplicamos lo aprendido | 29 |
| | Practiquemos | 31 |
| | Números primos | |
| | Aplicamos lo aprendido | 34 |
| | Practiquemos | 36 |
| | Máximo común divisor y mínimo común múltiplo | |
| | Aplicamos lo aprendido | 39 |
| | Practiquemos | 41 |
| | Conjunto de números racionales ($\mathbb{Q}$) | |
| | Aplicamos lo aprendido | 44 |
| | Practiquemos | 46 |
| | Maratón matemática | 49 |
| TERCERA UNIDAD | Potenciación y radicación en $\mathbb{Z}^+$ | |
| | Aplicamos lo aprendido | 52 |
| | Practiquemos | 54 |
| | Razones y proporciones | |
| | Aplicamos lo aprendido | 57 |
| | Practiquemos | 59 |
| | Magnitudes proporcionales | |
| | Aplicamos lo aprendido | 62 |
| | Practiquemos | 64 |
| | Regla de tres | |
| | Aplicamos lo aprendido | 67 |
| | Practiquemos | 69 |
| | Maratón matemática | 72 |
| CUARTA UNIDAD | Tanto por ciento | |
| | Aplicamos lo aprendido | 75 |
| | Practiquemos | 77 |
| | Estadística | |
| | Aplicamos lo aprendido | 80 |
| | Practiquemos | 82 |
| | Análisis combinatorio | |
| | Aplicamos lo aprendido | 85 |
| | Practiquemos | 87 |
| | Probabilidades | |
| | Aplicamos lo aprendido | 89 |
| | Practiquemos | 91 |
| | Maratón matemática | 93 |
| | Sudoku | 94 |


Unidad 1
Aritmética

# RECUERDA

## Un descubrimiento matemático

Aunque el final del período medieval fue testigo de importantes estudios matemáticos sobre problemas del infinito por autores como Nicole Oresme, no fue hasta principios del siglo XVI cuando se hizo un descubrimiento matemático de trascendencia en Occidente. Era una fórmula algebraica para la resolución de las ecuaciones de tercer y cuarto grado, y fue publicado en 1545 por el matemático italiano Gerolamo Cardano en sus **Ars magna**. Este hallazgo llevó a los matemáticos a interesarse por los números complejos y estimuló la búsqueda de soluciones similares para ecuaciones de quinto grado y superior. Fue esta búsqueda la que a su vez generó los primeros trabajos sobre la teoría de grupos a finales del siglo XVIII y la teoría de ecuaciones del matemático francés Évariste Galois a principios del XIX.

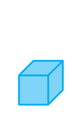
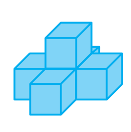
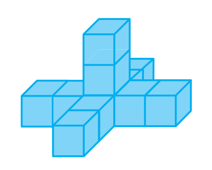
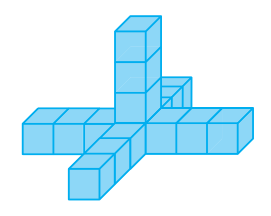
También durante el siglo XVI se empezaron a utilizar los modernos signos matemáticos y algebraicos. El matemático francés François Viète llevó a cabo importantes estudios sobre la resolución de ecuaciones. Sus escritos ejercieron gran influencia en muchos matemáticos del siglo posterior, incluyendo a Pierre de Fermat en Francia e Isaac Newton en Inglaterra.

## Reflexiona

- *Ser excelente es levantarse cada vez que se fracasa con un espíritu de aprendizaje y superación. Recuerda que es el desafío lo que hace al líder de excelencia y no hay desafío sin riesgo al fracaso.*
- *Hay dos tipos de hombres: los que nunca fracasan y los que tienen éxito. Por supuesto los primeros nunca fracasan porque nunca se arriesgan a nada, en cambio los segundos acumulan tal cantidad de fracasos, que a través de ellos aseguran el éxito.*
- *Si usted intenta solo lo que está seguro que le va a salir bien, logrará pocas cosas en la vida; pero si intenta muchas y algunas le salen bien, será un triunfador.*

## ¡Razona...!

Observa la secuencia de cuerpos formados con cubos:

Si se mantiene el mismo patrón, ¿cuántos cubos se necesitan para formar el vigésimo cuerpo?

A) 81 B) 72 C) 96 D) 144 E) 100

# Aplicamos lo aprendido





## TEMA 1: LÓGICA PROPOSICIONAL

**1** De los siguientes enunciados, ¿cuáles son proposiciones?

I. 5 es un número par.
II. ¡No vayan!
III. ¿Cuánto te debo?
IV. Juan estudia de noche.

A) solo I B) I y II C) II, III y IV
D) solo IV E) I y IV

**2** Dadas las siguientes proposiciones compuestas:

I. $3 > 2$ y $3 < 10$
II. Si $1^2 = 1$; entonces $1^2 - 1 > 0$.
III. $27 = (-3)^3$ o $(-2)^4 = 16$

Indica los valores de verdad.

A) VFV B) VVV C) FVV
D) VFF E) VVF

**3** Si la proposición compuesta:

$[\sim p \wedge \sim(\sim p)] \Leftrightarrow [(q \wedge \sim r) \Rightarrow (s \vee p)]$

es verdadera, halla el valor de verdad de las proposiciones p, q, r y s, respectivamente.

A) FVVF B) FVFF C) VVFF
D) VFVF E) FVVV

**4** Si la expresión:

$\sim(\sim p \vee q) \Rightarrow (s \Rightarrow r)$

es falsa, determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $(r \,\Delta\, p) \wedge \sim q$
II. $(\sim q \Leftrightarrow s) \,\Delta\, q$
III. $p \wedge [s \vee (\sim p \,\Delta\, r)]$

A) VFV B) FVV C) FFF
D) VVV E) VFF

**5** Al construir la tabla de verdad de:

$[(\sim p \wedge q) \,\Delta\, \sim q] \Rightarrow (p \vee q)$

el número de valores verdaderos en la matriz principal es:

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

**6** El siguiente esquema molecular:

$\sim[q \wedge (p \Rightarrow q)] \Leftrightarrow q$

es:

A) Tautológico B) Contingente
C) Contradictorio D) No contradictorio
E) N. A.

**7** Sean las proposiciones:
p: 19 es un número primo
q: $(2^2)^3 = 2^8$
Determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones:
I. $\sim[\sim(\sim p \vee q)]$
II. $\sim(p \,\Delta \sim q) \,\Delta \sim p$

A) VF B) FV C) VV
D) FF E) N. A.

**8** Se define el conectivo lógico $\psi$ mediante la siguiente tabla de verdad:

| p | q | $p \,\psi\, q$ |
|---|---|---|
| V | V | F |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | F | V |

Evalúa el siguiente esquema molecular: $(\sim p \,\psi\, q) \,\psi \sim q$
Da como respuesta los valores de verdad de la matriz principal.

A) VVVV B) VFFV C) FVFF
D) FFVV E) FVVV

**9** Si la proposición $p \wedge (q \Rightarrow r)$ es verdadera, entonces podemos afirmar que:
I. p es necesariamente verdadera.
II. Si q es falsa, entonces r necesariamente debe ser falsa.
III. Si r es verdadera, entonces q puede ser verdadera o falsa.

A) Solo I B) I y II C) Solo III
D) II y III E) I y III

**10** Simplifica:
$\{[\sim(p \vee \sim q) \vee q] \wedge \sim r\} \vee r$

A) r B) $p \wedge q$ C) $r \vee q$
D) p E) q

**11** Simplfica:
$\sim[(p \wedge \sim s) \vee (q \wedge t) \vee (q \Rightarrow \sim t)] \vee \sim s$

A) p B) $p \wedge q$ C) t
D) $\sim s$ E) $s \vee t$

**12** Dados los siguientes esquemas tautológicos:
$\sim q \wedge p$
$(r \vee \sim t) \,\Delta \sim q$
Determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones:
I. $(q \wedge r) \vee t$ II. $\sim p \wedge q$ III. $(r \,\Delta\, p) \vee t$

A) VVV B) VFF C) VFV
D) FVV E) VVF

**13** Si: $r * t \equiv \sim t \wedge r$
Simplifica:
$\sim\{[(r * t) \Rightarrow \sim t] \wedge r\}$

A) t B) $\sim r$ C) r
D) $r \vee t$ E) $\sim t \wedge r$

**14** Si: $p \uparrow q \equiv (q \Rightarrow p) \wedge \sim q$
El siguiente esquema molecular:
$\{[(\sim q \wedge r) \vee \sim(\sim q \Rightarrow r)] \wedge t\} \vee \sim q$
se reduce a:

A) $\sim q \uparrow t$ B) $\sim q \uparrow r$ C) $\sim p \uparrow r$
D) $p \uparrow q$

**Claves**

1. E 2. A 3. B 4. D 5. D 6. C 7. B 8. D 9. E 10. C 11. D 12. C 13. B 14. D

# Practiquemos



## NIVEL 1

### Comunicación matemática

**1.** De los siguientes enunciados:

I. 2 es un número par.
II. La ballena es un mamífero.
III. ¡No lo resuelvas!
IV. Neymar no sabe jugar.
V. ¿Quién, yo?
VI. ¡Sí, tú!

¿Cuántas son proposiciones lógicas?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 2

**2.** Sean las proposiciones simples:

p: Carlos Marx nació en Alemania.
q: Carlos Marx es el autor de "El capital".

Expresa en lenguaje verbal las siguientes proposiciones compuestas.

$\sim p \wedge q$: ____________________

$p \wedge q$: ____________________

$\sim q \Rightarrow \sim p$: ____________________

**3.** Represента simbólicamente cada una de las siguientes proposiciones:

- Hoy día es domingo, pero no iremos de paseo.
  ____________________
- Anselmo es el responsable, ya que no pagó el seguro.
  ____________________
- Si estudias con ahínco, entonces ganarás la beca.
  ____________________
- Esta persona viajará a Cuba, si es estudiante y tiene una visa de estudios.
  ____________________

### Razonamiento y demostración

**4.** Si $\sim p \Rightarrow q$ es falso, halla el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $(\sim p \vee q) \vee r$ II. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow q$

A) VV B) VF C) FV
D) FF E) Faltan datos

**5.** Sean las siguientes proposiciones compuestas:

I. Si $1 + 2 = 12$; entonces $4 > 8$.
II. $1 \times 2 > 2$ y $2 + 10 = 12$
III. $4^2 = 2^4$ o $2^3 = 7$

Indica sus valores de verdad.

A) VVF B) FVF C) VVV D) FFV E) VFV

### Resolución de problemas

**6.** Al construir la tabla de verdad de:

$$(p \vee \sim q) \Rightarrow (p \wedge \sim q)$$

El número de valores verdaderos en el operador principal es:

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

**7.** Se sabe que $p \Rightarrow (\sim q \vee r)$ es falsa.
Entonces el valor de verdad de:
$(q \wedge r) \Rightarrow (q \vee \sim r)$ es:

A) V B) F C) V o F
D) Faltan datos E) N. A.

**8.** Al construir la tabla de verdad de:

$$(p \Rightarrow q) \vee (\sim p \Leftrightarrow q)$$

Se afirma que el esquema molecular es:

A) Tautológico B) Contradictorio
C) Contingente D) Consistente
E) Faltan datos

**9.** Simplifica:

$$\sim[(p \Rightarrow \sim q) \wedge \sim p]$$

A) $p \wedge q$ B) $q$ C) $p$
D) $p \vee q$ E) $\sim p$

**10.** Se define el conectivo lógico $\alpha$ mediante la siguiente tabla de verdad:

| p | q | p α q |
|---|---|---|
| V | V | F |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | V |

Evalúa el esquema molecular:

$$(p \, \alpha \sim q) \Rightarrow \sim p$$

Da como respuesta los valores de verdad de la matriz principal.

A) VVVF B) VVVV C) FVFV
D) FFFF E) FVVV

## NIVEL 2

### Comunicación matemática

**11.** De las siguientes expresiones, ¿cuántas son proposiciones lógicas?

I. Luis estudia en la UNI.
II. ¡Ganaremos el partido!
III. 49 es un cubo perfecto.
IV. Buenas noches.

V. ¿Dónde estudias?
VI. ¡Gol!

A) 3 B) 4 C) 1 D) 2 E) 6

**12.** Representa simbólicamente cada una de las siguientes proposiciones:

- Iré al cine o al teatro si me invitas.

_______________

- Si las estrellas emiten luz, entonces los planetas la reflejan y giran alrededor de ellas.

_______________

- Si una persona es sincera, entonces dice la verdad. Si la persona dice la verdad, entonces es valorada.

_______________

- El grupo de canto no viajará a Italia, pues no es cierto que tengan permiso oficial.

_______________

## Razonamiento y demostración

**13.** Si $(\sim p \Rightarrow q) \vee r$ es falso, halla el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

I. $(p \Rightarrow \sim q) \wedge (\sim q \Rightarrow r)$
II. $(\sim q \Rightarrow \sim r) \vee (p \Leftrightarrow r)$

A) VV B) VF C) FV
D) FF E) Faltan datos

**14.** De las siguientes proposiciones compuestas:

I. Si $5 + 3 = 7$ entonces $8 < 7$.

II. 9 es mayor que 5 ó 4 es menor que 3.

III. $\sqrt{25} = 5$ sin embargo $-4^2 = 16$.

IV. $3 < 4$ si solo si $13 + 6 < 5 + 6$.

Indica sus valores de verdad, respectivamente.

A) VVVV B) VVVF C) FVFV
D) FVVV E) VVFF

## Resolución de problemas

**15.** Simplifica el esquema:

$$(\sim p \wedge q) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$$

A) $p \wedge q$ B) $p \vee \sim q$ C) $\sim(p \vee q)$
D) $p \vee q$ E) $\sim p \vee \sim q$

**16.** Si el siguiente esquema es falso:

$$(p \wedge \sim q) \Rightarrow [(m \,\Delta\, r) \vee \sim r]$$

Halla el valor de verdad de p; q; m y r, en ese orden.

A) VFFV B) VFVV C) VFFF
D) VVFF E) FVVF

**17.** Al construir la tabla de verdad de:

$$(\sim p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee \sim q)$$

Se afirma que el esquema molecular es:

A) Tautológico B) Contradictorio
C) Contingente D) Equipotente
E) N. A.

**18.** Si $(p \wedge \sim q) \Rightarrow r$, es falsa, determina los valores de verdad de p, q y r, respectivamente.

A) VVV B) VFF C) VVV
D) VFV E) FFF

**19.** La siguiente proposición compuesta:

$$[(p \Rightarrow \sim q) \,\Delta\, (\sim p \wedge \sim q)] \Rightarrow p$$

es una:

A) Tautología
B) Contingencia
C) Contradicción
D) No es una Tautología
E) N. A.

**20.** Se define el conectivo lógico $\theta$ mediante la siguiente tabla de verdad:

| p | q | $p \,\theta\, q$ |
|---|---|---|
| V | V | F |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

Evalúa el esquema molecular:

$$[(p \wedge q) \,\theta\, \sim q] \,\theta\, p$$

Da como respuesta los valores de verdad de la matriz principal.

A) FVFV B) VFFV C) FVVV
D) FFFV E) FFFF

## NIVEL 3

## Comunicación matemática

**21.** Representa simbólicamente cada una de las siguientes proposiciones:

- Juan canta solo si está contento.

_______________

- No es el caso que no haya un terremoto en Japón.

_______________

- Walter sale elegido alcalde, si tiene respaldo popular y obtiene una alta votación.

_______________

- Si no vienes, jugaremos fútbol solo si viene Luis y el árbitro se presenta o manda un sustituto.

_______________

**22.** Sean las siguientes proposiciones simples:

p: María hará una fiesta.

q: María aprueba Aritmética.

r: María aprueba Álgebra.

s: María se irá de viaje.

t: María estudiará todo el verano.

Expresa en lenguaje verbal las siguientes proposiciones compuestas.

$(\sim q \wedge \sim r) \Rightarrow t$: ____________________

____________________

$(q \Rightarrow p) \wedge (r \Rightarrow s)$: ____________________

____________________

$(\sim q \wedge \sim r) \Rightarrow (\sim s \wedge t)$: ____________________

____________________

____________________

## Razonamiento y demostración

**23.** Si la proposición compuesta:

$$(p \wedge q) \Rightarrow (\sim s \vee t)$$

es falsa, sin hacer la tabla de verdad, halla el valor de verdad de las proposiciones p, q, s y t, respectivamente.

A) VVFF B) VVVF C) VFVF
D) FVVF E) FVFF

**24.** Si la proposición compuesta:

$$(p \wedge q) \Rightarrow (\sim q \vee \sim r)$$

es falsa, halla el valor de verdad de:

I. $(p \Leftrightarrow \sim q) \vee (\sim r \wedge q)$

II. $\sim(p \vee \sim r) \Leftrightarrow (\sim q \vee \sim p)$

A) FF B) VV C) FV
D) VF E) Faltan datos

## Resolución de problemas

**25.** Del resultado de la tabla de verdad del siguiente esquema molecular:

$$(p \,\Delta\, t) \Rightarrow (q \Rightarrow t)$$

se tiene que la diferencia entre el número de valores verdaderos y falsos es:

A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

**26.** Simplifica: $\sim[p \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q)] \vee (r \wedge \sim r)$

A) q B) $\sim q$ C) $p \wedge q$
D) $\sim p$ E) p

**27.** Si los siguientes esquemas moleculares son falsos:

$[p \Rightarrow (\sim r \Leftrightarrow s)] \vee q$

$\sim r \vee [\sim s \vee (p \wedge \sim s)]$

Determina el valor veritativo de p, q, r y s, respectivamente.

A) VVVV B) FVVV C) VFVV
D) FFFV E) VFFV

**28.** El siguiente esquema molecular:

$\{[(p \Leftrightarrow q) \,\Delta\, r] \Rightarrow \sim(q \wedge \sim r)\} \vee p$, es:

A) Tautológico B) Contingente C) No tautológico
D) Contradictorio E) N. A.

**29.** Si:

$p \,\square\, q \equiv \sim p \vee q$

Simplifica:

$[(p \,\square\, p) \wedge p] \,\square\, \sim(q \,\square\, p)$

A) p B) $\sim p$ C) q D) $p \wedge q$ E) $\sim q$

**30.** Si:

$p \,\triangledown\, q \equiv p \Rightarrow \sim q$

El siguiente esquema molecular:

$\{[(s \wedge p) \vee p] \wedge q\} \Rightarrow \sim[(r \Rightarrow p) \wedge (r \Rightarrow q)]$

Se reduce a:

A) $s \,\triangledown\, p$ B) $r \,\triangledown\, q$ C) $p \,\triangledown\, q$
D) $\sim p \,\triangledown\, q$ E) $\sim s \,\triangledown\, \sim r$

**31.** Si el siguiente esquema molecualr es falso:

$$[(p \wedge q) \Rightarrow r] \vee (q \wedge r)$$

Determina el valor de verdad:

I. $[(p \,\Delta\, r) \Leftrightarrow q] \vee p$

II. II. $(r \Rightarrow q) \wedge (r \wedge p)$

A) VV B) VF C) FF
D) Faltan datos E) FV

## Claves

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| NIVEL 1 | 8. A | 15. B | 22. | 30. C |
| 1. A | 9. C | 16. B | 23. B | 31. A |
| 2. | 10. B | 17. C | 24. C | |
| 3. | NIVEL 2 | 18. B | 25. D | |
| 4. B | 11. D | 19. B | 26. E | |
| 5. E | 12. | 20. D | 27. C | |
| 6. C | 13. C | NIVEL 3 | 28. A | |
| 7. A | 14. E | 21. | 29. B | |

# Aplicamos lo aprendido



## TEMA 2: TEORÍA DE CONJUNTOS

**1** Dado el conjunto A:

$A = \{4; 7; \{4; 7\}; 9; \{1\}; 1; \{1; 9\}; \varnothing\}$

Indica verdadero (V) o falso (F).

I. $\{4; 7\} \in A$
II. $\{4; 7\} \not\subset A$
III. $\{1; 9\} \in A$
IV. $\{1; 9\} \subset A$
V. $\varnothing \in A$
VI. $\varnothing \subset A$

A) VVVFFV B) VVVVVF C) VFVVVV
D) VFVVFV E) VVFVVV

**2** Dado el conjunto:

$A = \{a^2 - 1 / 0 < (a - 1)^2 < 81; a \in \mathbb{Z}^+\}$

Halla: n(A)

A) 10 B) 9 C) 6
D) 8 E) 7

**3** Sea el conjunto M:

$M = \{(x + 1)^2 / -8 \leq 2x \leq 4 \wedge x \in \mathbb{Z}\}$

Halla n(M).

A) 7 B) 8 C) 9
D) 6 E) 4

**4** Sean los conjuntos A y B, donde:

$A = \{x^2 + 1 / x \in \langle 2; 7\rangle; x \in \mathbb{Z}\}$

$B = \{2y \in \mathbb{Z} / y \in [5; 9\rangle\}$

Halla: n(A) + n(B)

A) 12 B) 18 C) 28
D) 58 E) 54

**5** Sean los conjuntos no vacíos:

$A = \{x / x \in \mathbb{N}; x < 3\}$

$B = \{x / x \in \mathbb{N}; x \in [a; 6]\}; a \in \mathbb{Z}^+$

Halla el menor valor de **a** para que A y B sean disjuntos.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

**6** Sean los conjuntos:

$A = \{m + 1; 3a\}$

$B = \{n + 1; m\}$

$C = \{2a; n + 2\}$

Además, si B = C y A es un conjunto unitario, halla: m + n + a

A) 6 B) 8 C) 15
D) 11 E) 10

**7** Dado el conjunto:
$A = \{5; 7; a; \{5\}; \{5; 7\}\}$
¿Cuántas de las siguientes proposiciones son falsas?

( ) $5 \subset A$ ( ) $\{5\} \subset A$ ( ) $\{\{5\}\} \subset A$
( ) $\{5; 7\} \subset A$ ( ) $\{a; 7\} \not\subset A$ ( ) $\{\{5; 7\}\} \subset A$
( ) $\{\{5\}; 7\} \subset A$ ( ) $\varnothing \not\subset A$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

**8** Si $n(S) - n(T) = 3$, además entre S y T tienen 2304 subconjuntos. Halla: $n(S) + n(T)$

A) 19 B) 22 C) 34
D) 20 E) 11

**9** Si:
$n[P(A - B)] = 32$
$n[P(B - A)] = 16$
$n[P(A \cup B)] = 1024$
Calcula: $2n[P(A \cap B)] + 3n(A \cap B)$

A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 12

**10** Dados los conjuntos unitarios:
$P = \{5x - 2; 18\}$
$R = \{10; 3y + 1\}$
$S = \{x + y; z - 1\}$
Halla: $x + z - y$

A) 7 B) 6 C) 8
D) 9 E) 10

**11** Indica cuál de las alternativas es un conjunto vacío.

A) $\{x^2 + 1 / x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x \in \langle 3; 6\rangle\}$

B) $\left\{\frac{x+5}{3} \in \mathbb{Z} / X \in \mathbb{Z}^+ \wedge x \in \langle 3; 5]\right\}$

C) $\{x^{10} / x \in \mathbb{Z}^+ \wedge x \in [1; 2]\}$

D) $\left\{\frac{2x+1}{2} \in \mathbb{Z} / x \in \mathbb{Z}^+\right\}$

E) $\left\{\frac{2x+1}{3} \in \mathbb{Z} / x \in \mathbb{Z}^+\right\}$

**12** De dos conjuntos A y B se conoce:
$n(A) = 4a + 3$
$n(B) = 2b - 1$
$n(A \cap B) = a + b + 1$
Calcula $n(A \,\Delta\, B)$.

A) 2a B) 2b C) 3a
D) 3a + 2 E) 2a + b

**13** En un aula, 50 alumnos estudian portugués, 70 francés y 10 estudian ambos idiomas. Si todos los alumnos estudian por lo menos un idioma, ¿cuántos alumnos hay en total?

A) 110 B) 130 C) 40
D) 100 E) 60

**14** Una chica durante todas las mañanas del mes de enero desayuna café y/o leche. Si durante 25 mañanas desayuna café y 18 mañanas desayuna leche, ¿cuántas mañanas desayuna café con leche?

A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 11

**Claves**

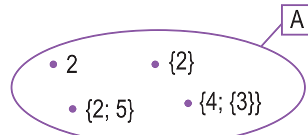
| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. C | 3. E | 5. B | 7. C | 9. A | 11. D | 13. A |
| 2. D | 4. A | 6. E | 8. A | 10. D | 12. A | 14. A |

# Practiquemos

## NIVEL 1

### Comunicación matemática

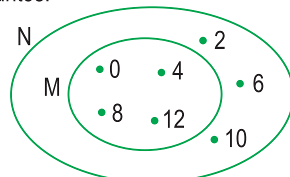
**1.** Sea el conjunto:




Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $\{2; 5\} \in A$ ☐
II. $\{\{2; 5\}\} \in A$ ☐
III. $\{3\} \notin A$ ☐
IV. $\{2\} \in A$ ☐

**2.** Dados los conjuntos:



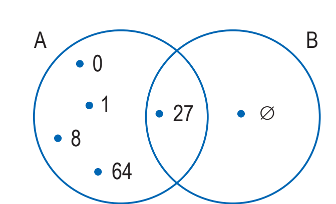

A) Determina por comprensión:
N = ______
M = ______

B) $n(N) - n(M) =$ ☐

C) La suma de los elementos de M es igual a ☐.

D) El número de subconjuntos propios de N es igual a ☐.

**3.** Sean los conjuntos:




A) Determina por comprensión el conjunto A:
A = ______

B) $n(A \cup B) =$ ☐

C) $n(B) =$ ☐

D) $B - A =$ ______

### Razonamiento y demostración

**4.** Sean los conjuntos:

A = {x / x es una vocal}
B = {y; u; v; i; t; h; z; a}
C = {f; i; s; i; c; a}

¿Cuál o cuáles de los conjuntos tendrán 31 subconjuntos propios?

A) Solo A B) Solo C C) A y C
D) A, B y C E) A y B

**5.** De las proposiciones siguientes, ¿cuántas son falsas respecto al conjunto A?

$A = \{7; \{7\}; \{\{7\}\}; \{\{\{7\}\}\}\}$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $n(A) = 1$ | ☐ | $n(A) = 4$ | ☐ |
| $\varnothing \subset A$ | ☐ | $\{\{\{\{7\}\}\}\} \subset A$ | ☐ |
| $\varnothing \in A$ | ☐ | $\{7; \{7\}\} \subset A$ | ☐ |

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 1

### Resolución de problemas

**6.** Al disminuir 2 elementos a un conjunto resulta que tiene ahora 24 subconjuntos menos que antes. ¿Cuántos subconjuntos binarios tiene el conjunto original?

A) 10 B) 15 C) 12
D) 14 E) 9

**7.** Si el conjunto B es unitario, halla $a \times b$.

$$B = \{a + 2b; 3b - a + 2; 11\}$$

A) 12 B) 10 C) 18 D) 6 E) 15

**8.** ¿Cuál de los siguientes conjuntos tiene 15 subconjuntos propios?

$A = \{p; a; t; t; y\}$
$B = \{k; a; r; i; n; a\}$
$C = \{x / x \in \mathbb{Z}; 2 \leq x \leq 6\}$
$D = \{x^2 / x \in \mathbb{Z}; -3 \leq x \leq 1\}$
$E = \{x / x \in \mathbb{R}; 5 < x < 10\}$

A) Solo A B) Solo B C) A y C
D) A, D y E E) A y E

**9.** Se tienen 3 conjuntos A, B y C cuyos cardinales son consecutivos, además, se sabe que:

$$n[P(A)] + n[P(B)] + n[P(C)] = 448$$

Halla el número de elementos que puede tener como máximo el conjunto potencia de $A \cup B \cup C$.

A) $8^5$ B) $8^9$ C) $8^7$ D) $8^4$ E) $8^{10}$

**10.** Si:
$A \subset B \subset C$
$n(B) = n(A) + 5$
$n(C) = 2 \times n(B)$
$n(A) + n(B) + n(C) = 27$
Halla: $n[P(C - B)]$

A) 48 B) 8 C) 256 D) 16 E) 32

## NIVEL 2

### Comunicación matemática

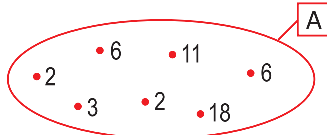
**11.** Dado el conjunto:

B: •∅ •{ } •1 •1 •R •{∅}

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $n(B) = 5$ ☐
II. $\{\{\ \}\} \in B$ ☐
III. $\{R; 1\} \subset B$ ☐
IV. $\{\varnothing; R\} \in B$ ☐

**12.** Sea el conjunto:




A) Determina el conjunto A por comprensión:

A = ____________________

B) La suma de los elementos de A es igual a ☐.

C) Un subconjunto de A es:

____________________

D) $n(A) =$ ☐

### Razonamiento y demostración

**13.** Sean los conjuntos:

$A = \{x / x \in \mathbb{Z} \wedge x^2 < 16\}$

$B = \{x / x \in \mathbb{Z} \wedge -1 < \frac{2x+1}{5} < 1\}$

Halla el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

I. $B \subset A$ ☐
II. $n(B) = 5$ ☐
III. El conjunto A determinado por extensión es igual a: $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ ☐
IV. $A \cap B = B$ ☐

**14.** Para $a, b \in \mathbb{Z}$, A y B son conjuntos tales que $B = \varnothing$, A es unitario y además:

$A = \{a - b; 1\}$
$A \cup B = \{a + b; 3\}$

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $A = A \cup B$ ☐
II. $a \geq 2b$ ☐
III. $A \cup B$ es unitario ☐
IV. $a < b$ ☐

### Resolución de problemas

**15.** Considera dos conjuntos A y B; si $A \cup B$ tiene 28 subconjuntos más que $A \cap B$ que tiene 2 elementos. ¿Cuántos elementos tiene A, si $B - A$ tiene 3 subconjuntos propios?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 5 E) 2

**16.** Se tienen dos conjuntos A y B tales que:

$n(A) - n(B) = 3$

$n[P(A \cup B)] = 2048$

$n[P(A \cap B)] = 16$

$n(B^c) = 9$

¿Cuántos subconjuntos tiene el complemento de A?

A) 32 B) 64 C) 128
D) 256 E) 512

**17.** Dados tres conjuntos A, B y C con n, 3n y (n – 1) elementos respectivamente, si A y B tienen n/2 elementos comunes, A y C tienen n/4 elementos comunes, C y B tienen 2 elementos comunes, y hay un único elemento común a los tres conjuntos. Calcula el número de elementos del conjunto:

$$[(A \cap C) \cap B^C] \cup [(A^C \cap B^C)]$$

Además: $n[B - (A \cup C)] = 49n(A \cap B \cap C)$

A) 17 B) 16 C) 20 D) 21 E) 15

**18.** Sean A, B y C tres conjuntos contenidos en U, donde $n(U) = 100$. Además:

$A \cap B = A$

$A - C = A$

$4n[P(A)] = 2n[P(B \cap C)] = 2^{16}$

$A \cup B \cup C = U$

Calcula: $n[(B - A) \Delta C]$

A) 60 B) 65 C) 71 D) 73 E) 63

**19.** En una universidad de 5200 alumnos, el 60% practica básquet y el 20% practica fútbol; si el 10% de los que juegan básquet también juegan fútbol, ¿cuántos alumnos no juegan fútbol ni básquet?

A) 1256 B) 1352 C) 1478
D) 1560 E) 1610

**20.** Un grupo de personas fueron encuestadas sobre el deporte que practican y se obtuvo:

- 36% practican tenis.
- 50% practican voley.
- 28% practican voley y tenis.

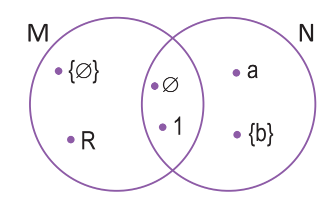
Si 45 personas practican solo uno de los deportes mencionados, ¿cuántas personas practican otros deportes?

A) 72 B) 63 C) 81 D) 36 E) 58

## NIVEL 3

### Comunicación matemática

**21.** Sean los conjuntos:




Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $n(M \cap N) = 2$ ( )
II. $\{a\} \in N$ ( )
III. $b \notin N$ ( )
IV. $\{\varnothing; \{\varnothing\}\} \subset M$ ( )

**22.** Sea el conjunto:

$$C = \{4x - 1 \,/\, x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 7\}$$



I. El número de subconjuntos propios de C es igual a ( )

II. Si $B = \{4x \,/\, x \in \mathbb{N} \wedge 4 < x < 8\}$, halla:
$B \cap C =$ ____________

III. $n(B \cap C) =$ ( )

### Razonamiento y demostración

**23.** Dados los conjuntos:
$A = \{1; 2\}$ y $B = \{1; 2; 3\}$
Si T representa el número de subconjuntos no vacíos de A que son disjuntos con B; y S representa al número de subconjuntos no vacíos de B que son disjuntos con A.
Halla el valor de verdad de:

I. $S = T$ ( )
II. $S > T$ ( )
III. $S + T = 1$ ( )
IV. $S = T^2 + 1$ ( )

**24.** Sea el conjunto:

$$A = \{2x - 1; z; 3y + 1\}$$

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Si $z = 7$ entonces $A = \{7\}$. ( )
II. Si A es unitario y $z = 7$ entonces $A = \{7\}$. ( )
III. Si A es unitario y $z = 6$ entonces $\{x; y\} \subset \mathbb{N}$. ( )
IV. Si $z = 0$ entonces $n(A) = 0$. ( )

### Resolución de problemas

**25.** De 30 personas que viajan a Europa, 16 dijeron que visitarían Francia, 16 Inglaterra y 11 Suiza, cinco de los encuestados viajarían a Francia y Suiza, y tres de ellos visitarán también Inglaterra, 5 solo van a Suiza y 8 solo a Inglaterra. ¿Cuántas personas visitarán solo Francia?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

**26.** De 81 personas que leen por lo menos dos de las tres revistas siguientes: *Hola*; *Vanidades* y *Selecciones*, se sabe que 31 leen las revistas *Hola* y *Vanidades*; 44 leen las revistas *Hola* y *Selecciones* mientras que 22 leen las revistas *Vanidades* y *Selecciones*. ¿Cuántas personas leen las tres revistas que se mencionan?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 7 E) 11

**27.** Se realiza una encuesta a 300 personas de las cuales se obtienen los siguientes datos:

- 160 consumen el producto A.
- 110 consumen el producto B.
- 130 consumen el producto C.
- 20 consumen los tres productos mencionados.

¿Cuántos prefieren solo el producto C, si los que no consumen ningún producto son tantos como los que prefieren solo el producto A y B y estos mismos son la mitad de los que prefieren A?

A) 30 B) 20 C) 10 D) 50 E) 21

**28.** En una ciudad al 45% de la población le gusta todo tipo de carne, al 50% le gusta el pescado; entonces cuántos comen solamente carne pero no pescado, si en esa ciudad viven 40 000 personas y el 40% son exclusivamente vegetarianos.

A) 8000 B) 4000 C) 6000
D) 5000 E) 4500

**29.** En uno de los colegios del distrito del Callao hay 36 profesores de los cuales: 14 enseñan Historia; 15 Literatura y 20 Religión. Si hay 4 profesores que enseñan los tres cursos, ¿cuántos de ellos enseñan por lo menos dos de los tres cursos?

A) 12 B) 9 C) 39 D) 5 E) 10

**30.** En un día 120 alumnos rindieron una prueba que contiene los cursos A, B y C con el siguiente resultado:

- Se anularon 10 pruebas y el resto aprobó por lo menos 1 curso.
- Los que aprobaron A desaprobaron B o C.
- Hay 20 alumnos que aprobaron B y C.

¿Cuántos aprobaron un solo curso?

A) 80 B) 90 C) 60 D) 50 E) 45



### Claves

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| NIVEL 1 | 7. A | 13. | 20. B | 26. A |
| 1. | 8. D | 14. | NIVEL 3 | 27. D |
| 2. | 9. C | 15. A | 21. | 28. B |
| 3. | 10. C | 16. B | 22. | 29. D |
| 4. C | NIVEL 2 | 17. A | 23. | 30. B |
| 5. A | 11. | 18. C | 24. | |
| 6. A | 12. | 19. B | 25. E | |

# Aplicamos lo aprendido





## TEMA 3: NUMERACIÓN

**1** Calcula m.
Si: $\overline{m38}_{(12)} = 356_{(7)}$

A) 2 B) 3 C) 5
D) 6 E) 1

**2** Calcula x.
Si: $\overline{6x4}_{(8)} = 259_{(13)}$

A) 5 B) 4 C) 2
D) 3 E) 1

**3** Halla $(x^3 - 1)$, si: $\overline{4x0}_{(8)} = 1200_{(6)}$

A) 65 B) 63 C) 64
D) 67 E) 68

**4** Halla a, si: $\overline{25a} = \overline{a75}_{(8)}$

A) 1 B) 3 C) 2
D) 4 E) 5

**5** Halla a + b + c, si se cumple:
$436_{(7)} = \overline{abc}_{(8)}$

A) 13 B) 14 C) 15
D) 16 E) 18

**6** Si: $12_{13_{(\overline{ab})}} = 58_{(9)}$
Halla: $(\overline{ab})^2$

A) 2304 B) 2205 C) 2851
D) 1304 E) 2308

**7** Si los numerales están correctamente escritos, halla a + b.

$143_{(b)}$; $\overline{23b}_{(a)}$; $\overline{6a3}_{(7)}$

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 9

**8** Si: $\overline{a(a+2)(a+4)}_{(6)} = \overline{xyz}_{(a+4)}$

Halla: $x + y + z$

A) 5 B) 7 C) 9
D) 4 E) 6

**9** Si: $\overline{4(b+1)3}_{(6)} = \overline{bbb4}_{(n)}$

Halla b.

A) 2 B) 3 C) 5
D) 1 E) 4

**10** Si se cumple que:

$\overline{(a-1)34}_{(a)} = \overline{31a}_{(b)}$; donde $b < 7$

Halla $\overline{ab}$ expresado en base 3.

A) $2002_{(3)}$ B) $2102_{(3)}$ C) $2012_{(3)}$
D) $2112_{(3)}$ E) $2212_{(3)}$

**11** Si los siguientes numerales están bien escritos:

$\overline{1a1}_{(4)}$; $\overline{bb}_{(c)}$; $\overline{2c}_{(a)}$

Calcula: $a + b + c$

A) 6 B) 5 C) 4
D) 7 E) 8

**12** Si: $\overline{a2b}_{(9)} = \overline{a72}_{(n)}$

Halla: $a \times b \times n$

A) 104 B) 82 C) 64
D) 144 E) 96

**13** Halla $(a + b + c)$, si:

$\overline{bc5} = \overline{aaa}_{(7)}$

A) 12 B) 11 C) 9
D) 7 E) 15

**14** Si $\overline{a0b}_{(8)} = \overline{a64}_{(n)}$; calcula: $a \times b \times n$

A) 20 B) 21 C) 19
D) 15 E) 28

**Claves**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. E | 3. B | 5. A | 7. B | 9. D | 11. A | 13. E |
| 2. D | 4. B | 6. A | 8. B | 10. A | 12. E | 14. B |

# Practiquemos



## NIVEL 1

### Comunicación matemática

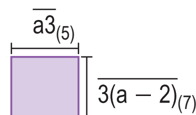
**1.** Observa y completa la tabla.

| Número anterior (en base 5) | Número | Número posterior (en base 7) |
|---|---|---|
| | 8 | |
| | | $21_{(7)}$ |
| $34_{(5)}$ | | |
| | | $11_{(7)}$ |
| | 31 | |

**2.** Observa y marca con un aspa los numerales que están mal escritos.

| | | |
|---|---|---|
| $1x_{(x+1)}$ | $23_{(4)}$ | $444_{(4)}$ |
| $1111_{(3)}$ | $1000_{(1)}$ | $1010_{(10)}$ |
| $555_{(6)}$ | $423_{(4)}$ | $135_{(4)}$ |

**3.** Si la siguiente figura es un cuadrado, halla $a^2 + 3$.




Determina:

I. $a^3 + 3 =$ ☐

II. Perímetro del cuadrado = ☐

III. Área del cuadrado = ☐

### Razonamiento y demostración

**4.** Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

I. $21_{(4)} \geq \overline{ab}_{(4)} + 11_{(4)}$ ☐

II. $\overline{1(2b)(b^2)}_{(a)} = 100_{(a+b)}$ ☐

III. Si $\overline{pqp}_{(2)} = \overline{p(q+2)}_{(3)}$;
entonces $p^q > 1$. ☐

**5.** Si: $\sqrt[3]{\overline{10p}_{(q)} \times \overline{aa} + 4} = 5$

De las siguientes proposiciones:

I. $a^2 > 2$

II. $q^2 = 9$

III. $p^3 < q^2$

Son verdaderas:

A) Solo I    B) Solo II    C) I y II
D) II y III    E) Todas

### Resolución de problemas

**6.** Halla n.

Si: $\overline{1n5}_{(6)} = 131_{(5)}$

A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) 4

**7.** Convierte $43_{(n)}$ a base decimal.

Si: $1331_{(n)} = 260_{(9)}$

A) 22    B) 23    C) 24    D) 25    E) 26

**8.** Halla x.

Si: $63_{(x)} - 27_{(x)} = 35_{(x)}$

A) 6    B) 7    C) 8    D) 9    E) 10

**9.** Siendo: $\overline{a3} = \overline{110a}_{(2)}$

Halla: $M = 2a^2 + 3a + 1$

A) 7    B) 8    C) 6    D) 9    E) 5

**10.** Expresa $242_{(7)}$, en base 12. Da como respuesta la suma de cifras.

A) 16    B) 18    C) 13
D) 15    E) 14

## NIVEL 2

### Comunicación matemática

**11.** Observa y completa la tabla.

| Números | Bases | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 4 | 7 | 9 | 6 |
| 27 | | | | |
| 32 | | | | |
| 41 | | | | |
| 18 | | | | |
| 13 | | | | |

**12.** Relaciona:

| | |
|---|---|
| $102_{(4)}$ | $216_{(8)}$ |
| $16_{(7)}$ | 74 |
| 142 | 18 |
| 24 | 13 |
| $82_{(9)}$ | $220_{(3)}$ |



**13.** Coloca >; <; o = según corresponda.

$75_{(9)}$ ☐ $352_{(6)}$

$310_{(4)}$ ☐ $222_{(3)}$

$52_{(7)}$ ☐ $211_{(4)}$

$999_{(11)}$ ☐ $878_{(9)}$

## Razonamiento y demostración

**14.** Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

I. Si $\sqrt{\overline{a(2a)a}_{(n)}} = 4$; entonces $a + n = 4$. ☐

II. Si los numerales $\overline{ab}_{(n)}$; $\overline{a(b+c)}_{(n)}$; $\overline{10c}_{(n)}$ están bien escritos, entonces:

$\overline{ab}_{(n)} < \overline{a(b+c)}_{(n)} < \overline{10c}_{(n)}$ ☐

III. Si $\overline{aa0}_{(2)} = \overline{(b-4)(b-4)}_{(b)}$; entonces $b > 5$. ☐

**15.** Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

I. Si $m \times \overline{abc} - \overline{abc0} = c$; entonces $c = 0$. ☐

II. $\overline{mm0}_{(2)} = 9 - \overline{m0m}_{(2)}$ ☐

III. $\overline{1a}_{\overline{1b}_{\overline{1c}}} = \overline{1c}_{\overline{1b}_{\overline{1a}}}$ ☐

## Resolución de problemas

**16.** Si: $\overline{abcd}_{(4)} = 123$

Halla el valor de $(a + b + c + d)$.

A) 6 B) 7 C) 9 D) 8 E) 5

**17.** Halla n, para que se cumpla:

$$310_{(4)} = 124_{(n)}$$

A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

**18.** Halla el valor de **a** en: $\overline{a11}_{(7)} = \overline{37a}_{(8)}$

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

**19.** Si: $\overline{abcd} = 41 \times \overline{ab} + 70 \times \overline{cd}$

Halla: $a + b + c + d$

A) 26 B) 27 C) 28
D) 29 E) 30

**20.** Determina el valor de x en base 2, si:

$$\overline{(x-2)(x-1)3}_{(8)} = 83$$

A) $11_{(2)}$ B) $101_{(2)}$ C) $111_{(2)}$
D) $100_{(2)}$ E) $1101_{(2)}$

**21.** Expresa M en base once y da la suma de sus cifras.

$$M = 4 \times 11^3 + 7 \times 11^2 + 90$$

A) 19 B) 20 C) 21
D) 23 E) 25

**22.** Calcula el valor de x si:

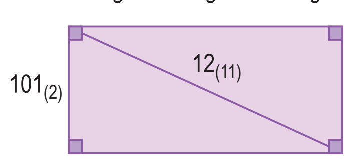
$$\overline{x4}_{(5)} + 12_{(x)} = 132_{(x)}$$

A) 1 B) 4 C) 5
D) 3 E) 2

# NIVEL 3

## Comunicación matemática

**23.** Determina el área de la siguiente región rectángular en base 10.




A) 50 B) 40 C) 70
D) 60 E) 80

**24.** Completa los recuadros:

A) $2\square_{(8)} + \square 1_{(2)} = \square 3$

B) $\square\square_{(2)_{\square\square_{(2)}}} = 27$

C) $23_{(\square)} = 13$

D) $42_{(8)} = \square\square$

## Razonamiento y demostración

**25.** Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

I. Si $\overline{abb} - \overline{xy}_{(3)} = 117$ entonces $a = 1$. ☐

II. Si $\overline{c(c^2)}_{(n)} = 42$, entonces $\frac{n^2 - c^2}{n} \leq \overline{ab}_{(n)}$. ☐

III. Si $\overline{mn}_{(3)}{}^{\overline{1n}_{(m)}} = 343$; entonces $\sqrt{m^{n+1}} = 4$. ☐

**26.** Si:

$$\overline{\left(\frac{n}{m}\right)\left(\frac{m+n}{m-1}\right)(2m+1)}_{(6)} = 5\,\overline{(ab)}_{(\overline{cc})}$$

Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

I. $\overline{(ab)(ab)}_{(\overline{cc})} = \overline{cc}^2 + 1$ ( )

II. $\sqrt{\overline{ab} + \overline{n3}_{(6)}} = 10_{(6)}$ ( )

III. $\overline{ac} \times \overline{mn} = \overline{m(m+n)n}$ ( )

## Resolución de problemas

**27.** Si:

$\overline{ababa}_{(4)} = 477$

Calcula $\overline{ba}_{(5)} + \overline{ab}_{(4)}$ en base 10.

A) 17 B) 18 C) 21
D) 15 E) 23

**28.** Convierte N en base 6 y da como respuesta la suma de sus cifras, si:

$$N = 15 + 5 \cdot 6^2 + 3 \cdot 6^4 + 11 \cdot 6^3$$

A) 13 B) 15 C) 17
D) 19 E) 21

**29.** Determina el valor de:

$$N = 123_{(5)} + 231_{(5)} + 312_{(5)} \text{ en base 8.}$$

A) $166_{(8)}$ B) $721_{(8)}$ C) $272_{(8)}$
D) $317_{(8)}$ E) $242_{(8)}$

**30.** Halla el valor de a:

Si: $\overline{1a}_{\overline{1a}_{\overline{1a}_{\cdot_{\cdot_{\overline{1a}_{(a+1)}}}}}} = 57$ (a veces)

A) 5 B) 7 C) 8
D) 10 E) 11

**31.** Calcula n, si se cumple:

$\overline{(n-1)(n-1)(n-1)(n-1)}_{(n)} = 1295$

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

**32.** Si: $\overline{aa}_{\overline{1a}_{\overline{1a}_{\cdot_{\cdot_{\overline{1a}}}}}} = 371$ (a veces)

Calcula a.

A) 7 B) 8 C) 9
D) 6 E) 5

**33.** Calcula la suma de cifras de mayor y menor orden del mayor numeral de cifras diferentes en el cual se cumple que su cifra de 3.er orden ocupa el 4.º lugar.

A) 8 B) 9 C) 10
D) 12 E) 13

**34.** Dada la siguiente ecuación:

$$\overline{x6}_{(7)} + \overline{xx}_{(5)} = \overline{3x}_{(6)}$$

Expresa el número: $\overline{xxx}_{(2x)}$ en base 10.

A) 6 B) 5 C) 2
D) 7 E) 3

**35.** Si: $13_{(a)} + 16_{(c)} + 35_{(b)} = \overline{(5p)(p+1)} - \dfrac{(\overline{mn}+1)^3}{3}$

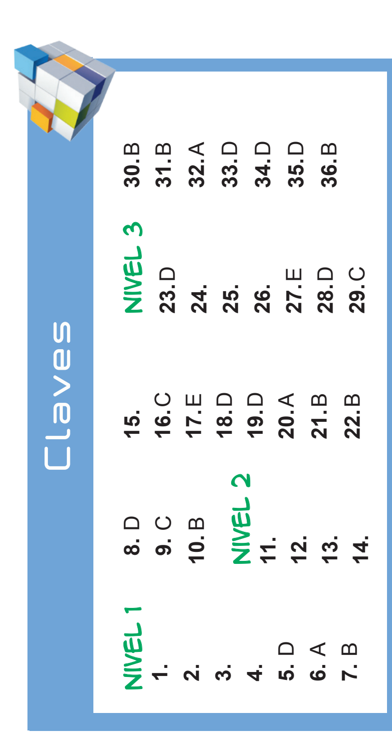
Halla: $a^2 + b^2 + c^2$

A) 98 B) 99 C) 100
D) 101 E) 102

**36.** Si: $\overline{2a}_{\overline{ab}_{\overline{ab}_{(3)}}} = \overline{1m}_{(9)}$

Halla el mayor valor de $a^2 + b^2 + c^2$, si se sabe que $\overline{(a+1)(b+1)(c+1)}$ es un numeral de cifras diferentes, donde $\{a; b; c\} \subset \mathbb{Z}^+$.

A) 13 B) 14 C) 15
D) 16 E) 17



# Aplicamos lo aprendido



## TEMA 4: OPERACIONES BÁSICAS EN EL CONJUNTO $\mathbb{Z}^+$

**1** Si: $a + b - 18 = 2 - c$

Halla: $\overline{ab3} + \overline{bca} + \overline{cab} + \overline{45c}$

A) 1248 B) 2673 C) 2763
D) 2769 E) 2376

**2** Halla $(a - c)^2$ si:

$\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mnp} \quad \wedge \quad \overline{mnp} - \overline{pnm} = 297$

A) 4 B) 25 C) 81
D) 36 E) 49

**3** Si: C. A. $(\overline{abb}) = \overline{c(b+1)(a+1)}$

Halla: $(a - b)^c$

A) 5 B) 8 C) 27
D) 0 E) 1

**4** Si: $3 \times \overline{abc} = \overline{2bc1}$

Halla: $(a + b - c)^2$

A) 25 B) 36 C) 64
D) 81 E) 49

**5** El dividendo de una cierta división es 111. Si el cociente es el doble del residuo y el divisor el triple del cociente. ¿Cuál es el divisor?

A) 13 B) 17 C) 18
D) 22 E) 25

**6** Si: $\overline{abcd} \times 999 = ...6012$

Halla: $a + b + c + d$

A) 27 B) 15 C) 26
D) 32 E) 24

**7** Halla (a + b), si:

$\overline{a2b} + \overline{a3b} + \overline{a4b} + ... + \overline{a8b} = 4599$

A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 11

**8** Halla $(a + b)^2$ si:

$C. A. (\overline{ab}) \times \overline{1ab} = 5775$

A) 81 B) 64 C) 144
D) 121 E) 196

**9** Si:

$\overline{abc} \times a = 470$

$\overline{abc} \times b = 705$

$\overline{abc} \times c = 1175$

Halla la suma de cifras de: $(\overline{abc})^2$

A) 12 B) 15 C) 19
D) 21 E) 26

**10** Halla el dividendo, si el cociente por exceso es 3, además $r_d = 4$ y $r_e = 7$.

A) 22 B) 24 C) 26
D) 30 E) 14

**11** Halla la suma de las 3 últimas cifras de:

$7 + 77 + 777 + ... + \underbrace{7777...777}_{43 \text{ cifras}}$

A) 14 B) 15 C) 16
D) 17 E) 18

**12** El cociente de una división entera es 17 y el resto es 30. Halla el dividendo si es menor que 600. Da como respuesta el número de soluciones posibles.

A) 1 B) 3 C) 2
D) 4 E) 5

**13** ¿Cuántos números de tres cifras todas distintas entre sí existen en el sistema de numeración heptanario?

A) 120 B) 180 C) 210
D) 25 E) 149

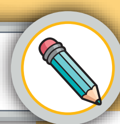
**14** Si los numerales $\overline{ab1}$ y $\overline{ab4}$ son dos términos consecutivos de una progresión aritmética, además el primer y el último término son 11 y 902 respectivamente. Halla el número de términos.

A) 298 B) 304 C) 257
D) 299 E) 324

**Claves**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. B | 3. E | 5. C | 7. B | 9. C | 11. A | 13. B |
| 2. E | 4. B | 6. C | 8. D | 10. C | 12. B | 14. A |

# Practiquemos



## NIVEL 1

### Comunicación matemática

**1.** Sea la sucesión: 23; 26, 49; 62; ...; 283
Completa:
Razón = ______
Cantidad de términos = ______
Término enésimo = ________________

**2.** Dada la siguiente adición:

$$\begin{array}{r} \overline{ab4}\ + \\ \overline{1a2} \\ \underline{\overline{c4a}} \\ \overline{ba9} \end{array}$$

Completa:
I. $\overline{ab} + \overline{bc} + \overline{ac} =$ ☐
II. $\overline{bb} + a^c =$ ☐
III. $\overline{bb} - \overline{aa} - \overline{cc} =$ ☐

**3.** Si:
$A = \underbrace{5 + 5 + 5 + ... + 5}_{12\text{ veces}}$

$B = \underbrace{8 + 8 + 8 + ... + 8}_{9\text{ veces}}$

$C = \underbrace{3 + 3 + 3 + ... + 3}_{11\text{ veces}}$

Completa los recuadros:
I. $(A - C - 22)^2 =$ ☐
II. $(B - A - 8)^3 =$ ☐
III. $\sqrt{2A + B + C} =$ ☐

### Razonamiento y demostración

**4.** Si: $\overline{ba} + a = \overline{ab}$
Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.
I. $a + b = 17$ ☐
II. $\overline{ab}^{a-b} = 89$ ☐
III. $\overline{1a} - \overline{1b} = 1$ ☐

**5.** Sea la progresión aritmética:
$\underbrace{\overline{bc}; 36; 46; ...; \overline{abc}}_{31\text{ términos}}$

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.
I. El término central es 176. ☐
II. El término enésimo es 16 + 10n. ☐
III. a + b = c ☐

### Resolución de problemas

**6.** Sabiendo que: $\overline{a8b} + \overline{bb9} + \overline{cc3} = 2428$
Halla: a + b + c
A) 22 B) 24 C) 26 D) 28 E) 30

**7.** Si: $\overline{abc} - \overline{cba} = \overline{mn(m+1)}$
Halla: m + n + a − c
A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

**8.** Si: $\overline{ab3} - \overline{25a} = \overline{5a5}$
Calcula: a − b
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

**9.** ¿Cuántos términos hay en la siguiente progresión aritmética?
14; 20; 26; 32; ...; 278
A) 46 B) 47 C) 52
D) 45 E) 37

**10.** Si: $\overline{abc} \times 3 = ...721$
Halla: a + b + c
A) 13 B) 16 C) 14
D) 12 E) 15

## NIVEL 2

### Comunicación matemática

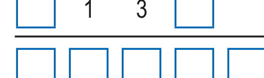
**11.** Si:

$$\begin{array}{r} \overline{aaa}\ + \\ \underline{\overline{aaa}} \\ 1554 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \overline{1bbb}\ - \\ \underline{\overline{aaa}} \\ 1222 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \overline{cc}\ + \\ \underline{55} \\ \overline{bb} \end{array}$$

Entonces:
I. $\overline{abc} - \overline{cab} =$ ☐
II. $\overline{bc} - \overline{cb} =$ ☐
III. $\overline{1a} + \overline{1b} + \overline{1c} =$ ☐

**12.** Si en la siguiente operación, cada recuadro representa una cifra:

$$\begin{array}{r} \square\ \square\ 3\ \times \\ \underline{3\ \square} \\ \square\ \square\ 6\ 5 \\ \underline{\square\ 1\ 3\ \square\ \phantom{5}} \\ \square\ \square\ \square\ \square\ \square \end{array}$$



Completa:
I. La suma de los productos parciales es: ☐
II. La suma de cifras del producto es: ☐
III. La suma del multiplicando con el multiplicador es: ☐

## Razonamiento y demostración

**13.** De las proposiciones:

I. C. A. $(10^n) = 9 \times 10^n$; $\forall\, n \in \mathbb{N}$

II. C. A. (C. A.(N)) = N, $\forall$ N $\in \mathbb{Z}^+$

III. Si C. A. (N) = C. A.(M), entonces

N = M, $\forall$ N, M $\in \mathbb{Z}^+$

Son verdaderas:

A) Solo I  B) Solo II  C) I y II
D) II y III  E) Todas

**14.** Si:

$D = dq + r,\ 0 < r < d$

$D = d(q + 1) + r'$

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $r' \geq 0$ ( )

II. $r + r' = d$ ( )

III. $r' < 0$ ( )

## Resolución de problemas

**15.** Se divide el número N entre 17, obteniéndose 9 de cociente y un residuo que es el mayor posible. La cifra de decenas de N es:

A) 1  B) 9  C) 6
D) 7  E) 5

**16.** Si: $\overline{x1} + \overline{x2} + \overline{x3} + ... + \overline{x9} = \overline{6bc}$

Halla: x + b + c

A) 20  B) 22  C) 18
D) 19  E) 17

**17.** La suma de los términos de una resta es 15 684 y si restamos la diferencia del sustraendo nos da 4788. Halla la suma de las cifras de la diferencia.

A) 11  B) 13  C) 15
D) 17  E) 19

**18.** Si: $\overline{abc} \times a = 978$

$\overline{abc} \times b = 652$

Halla: $\overline{abc} \times \overline{aab}$

A) 108 232  B) 104 063  C) 108 240
D) 108 324  E) 201 018

**19.** En una división el cociente es 24, el resto la tercera parte del divisor y la suma de los términos es 4644.
Halla el divisor.

A) 20  B) 24  C) 58
D) 47  E) 60

**20.** Si al multiplicar N por 347 se observa que la diferencia entre los 2 mayores productos parciales es 3501, halla la suma de cifras de N.

A) 18  B) 24  C) 19
D) 15  E) 21

**21.** Halla la suma de las 3 últimas cifras de:

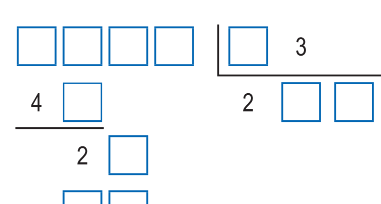
$A = 4 + 44 + 444 + ... + \underbrace{444 ... 444}_{35 \text{ cifras}}$

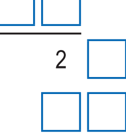
A) 8  B) 11  C) 7
D) 9  E) 10

# NIVEL 3

## Comunicación matemática

**22.** Si en la siguiente división, cada recuadro representa una cifra:




Completa:

I. La suma de cifras del dividendo es: ( )

II. El producto de las cifras del cociente es: ( )

III. La suma de cifras del divisor es: ( )

**23.** Sean:

a: la cantidad de cifras usadas en la numeración de un libro de 85 páginas.

b: la cantidad de cifras usadas en la numeración de un libro de 195 páginas.

Entonces:

I. C. A. (a + b) = ( )

II. $a \times b + a + b =$ ( )

III. C. A. (a) + C. A. (b) = ( )

## Razonamiento y demostración

**24.** Si:

$\overline{3m8} \times \overline{pq} = 2500_{(\overline{pq})}$

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $2q = p$ ( )

II. $p + q + m = 7$ ( )

III. $\overline{qm} + \overline{pq} + 5 = 41$ ( )

**25.** Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Si $\overline{9mn}$ es un numeral de cifras significativas y diferentes entre sí, entonces:

C. A.[C. A. $(\overline{9mn})$] $= \overline{mn}$ ( )

II. Si $\overline{m3} \times \overline{pq} = \overline{ab3}$, entonces q siempre va a ser igual a 1. ( )

III. Si $\overline{ab} \times 10_{(a)} - \overline{pq} = 19$ y

$\overline{ab} \times 10_{(b)} + \overline{pq} = 96$;

entonces: $\overline{ab}^2 = 484$ ( )

## Resolución de problemas

**26.** ¿Cuántos enteros positivos existen, tales que divididos entre 64 dejan un residuo que es el triple del cociente?

A) 20 B) 22 C) 23
D) 21 E) 27

**27.** Calcula el producto de las 3 últimas cifras del resultado de:

$$8 + 88 + 888 + 8888 + ... + \underbrace{88888...888}_{37\text{ cifras}}$$

A) 38 B) 40 C) 42
D) 44 E) 46

**28.** Si el C. A. de $\overline{(x^2)(y+3)x}$ es $\overline{4z}$, calcula el C. A. del C. A. $\left[\overline{(z-5)(y^3)(x+3)}\right]$ y da la suma de cifras del resultado.

A) 16 B) 10 C) 20
D) 30 E) 35

**29.** El cociente y el residuo de una división inexacta son respectivamente 43 y 27, si se le aumenta al dividendo 108 unidades y se efectúa nuevamente la división el cociente aumenta en 3 y el residuo disminuye en 12. ¿Cuál es el divisor respectivo?

A) 28 B) 32 C) 40
D) 45 E) 50

**30.** Si: $R \times 375 = ...625$;
$R \times 427 = ...021$

Halla la suma de las 3 últimas cifras de $R \times 216$.

A) 16 B) 17 C) 18
D) 19 E) 20

**31.** Al escribir la siguiente secuencia:

$$1^1; 2^2; 3^3; ... ; \overline{abc}^{\overline{abc}}$$

se han empleado 1044 tipos de imprenta.
Calcula: $a + b + c$

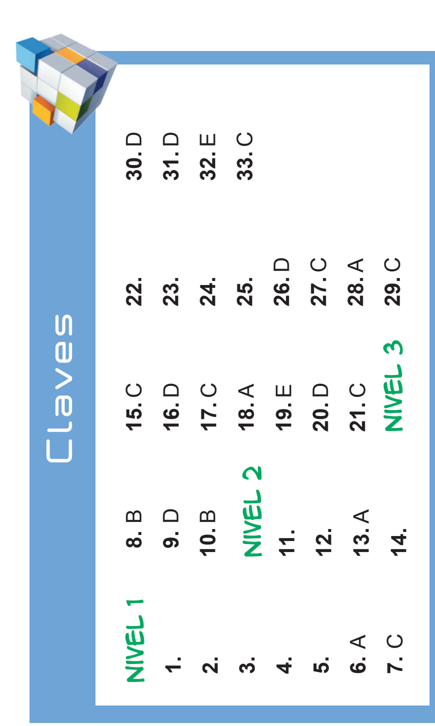
A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

**32.** La diferencia de dos números es 191 y su cociente es 6, además el residuo es máximo. Halla la suma de las cifras del número mayor.

A) 9 B) 6 C) 8
D) 10 E) 7

**33.** Si se ha empleado 883 cifras para escribir todos los números naturales de $\overline{ab}$ hasta $\overline{ab0}$. ¿Cuántos cifras utilizaremos desde $\overline{ba}$ hasta $\overline{a0b}$?

A) 345 B) 194 C) 253
D) 177 E) 234



- Sean los conjuntos:

$A = \{\overline{7(n-7)(8-n)}_{(n)}; n + p\}$

$B = \left\{\overline{\left(\frac{n}{2p}\right)56}; \overline{(2-p)p}\right\}$

$C = B - A$

Halla el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $n(A \cap B) < 2$ y $n[P(C)] = p$
II. Si $n[P(A \cup B)] = 4$, entonces $C \cap A = \varnothing$.
III. $C \cup B = A$ ó $A \cap C \neq \varnothing$

**Resolución:**

En el numeral $\overline{7(n-7)(8-n)}_{(n)}$, se observa que $n > 7$ y $8 - n \geq 0$, entonces: $n = 8$

En el numeral $\overline{(2-p)p}$, se observa que $0 \leq p < 2$, entonces p puede ser 0 ó 1, pero, como en el numeral $\overline{\left(\frac{n}{2p}\right)56}$, p es denominador (diferente de cero), entonces $p = 1$.

Luego:
$A = \{710_{(8)}; 9\} = \{456; 9\}$ y $B = \{456; 11\}$

Además: $C = B - A = \{11\}$

Hallamos el valor de verdad de las proposiciones:

I. $\underbrace{n(A \cap B) = 1 < 2}_{V}$ y $\underbrace{n[P(C)] = 2 = p}_{F}$

$V \wedge F$ → F

II. Como $A \cup B = \{9; 11; 456\}$, se cumple: $n[P(A \cup B)] = 2^3 = 8$, además $C \cap A = \varnothing$, se tiene:

Si $\underbrace{n[P(A \cup B)] = 4}_{F}$, entonces $\underbrace{C \cap A = \varnothing}_{V}$.

$F \Rightarrow V$ → V

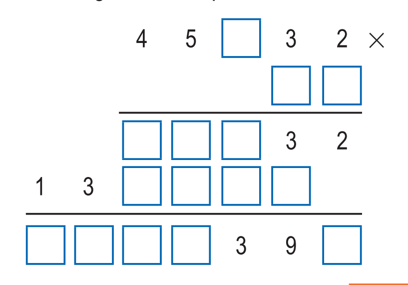
III. Se tiene: $C \cup B = \{456; 11\} = B$, también: $A \cap C = \varnothing$, se tiene:

$\underbrace{C \cup B = A}_{F}$ ó $\underbrace{A \cap C \neq \varnothing}_{F}$

$F \vee F$ → F

Por lo tanto:
I. F
II. V
III. F

**1.** En la siguiente multiplicación:




La suma de cifras del producto es: □

**2.** Halla la suma de cifras de:

$7 \times \underbrace{333...333}_{50 \text{ cifras}}$

A) 147  B) 148  C) 149  D) 150  E) 151

**3.** Si:
$N \times a = 4710$
$N \times b = 1570$

Halla el producto del menor número capicúa formado por las cifras a y b; y el número N. Da como respuesta la suma de cifras de dicho resultado.

A) 20  B) 21  C) 22  D) 23  E) 24

**4.** Si:
$\overline{x11} + \overline{x22} + \overline{x33} + ... + \overline{x99} = \overline{4nny}$
Halla: $n + x + y$

A) 18  B) 19  C) 20  D) 21  E) 22

**5.** Si: $1100_{(n)} - 11_{(n)} = 41_{(12)} \times (n-1)$

Calcula: $n^3$

A) 8  B) 27  C) 64  D) 125  E) 216

**6.** Si $\overline{b(3-b^2)(b+2)} = \overline{xyzt}_{(4)}$, calcula: $x + y + z + t + b$

A) 7  B) 8  C) 9  D) 10  E) 11

**7.** Si la proposición compuesta:

$(p \vee q) \wedge (p \Longleftrightarrow q)$

es verdadera, halla el valor de verdad de p y q respectivamente.

A) VV  B) VF  C) FV  D) FF  E) N. A.

**8.** De las siguientes proposiciones:

I. Si $6 < 7$, entonces $4 + 1 = 2$.
II. 1 es igual a 1 y 2 es mayor que 2.
III. $7 \times 2 = 14$ ó $5 < 2$
IV. $1 + 2 < 3 + 4$ si y solo si $5 > 3$

Indica sus valores de verdad respectivamente.

A) VVVV  B) VFVF  C) FFVV
D) VVFF  E) VVVF

**9.** Indica cuál de los siguientes conjuntos es unitario.

$M = \{x \in \mathbb{R} / x^3 - x + 1 = 1\}$
$N = \{x / x \in \mathbb{Z}; 5 < x < 7\}$
$P = \{x / x \in \mathbb{Z}; x < 0\}$

A) Solo M  B) Solo N  C) M y N
D) M y P  E) N y P

**10.** Sean A y B dos conjuntos tales que $n(A) = 8$; $n(B) = 6$ y $n(A \cup B) = 9$. ¿Cuántos elementos tiene $A \Delta B$?

A) 1  B) 2  C) 3  D) 4  E) 5



Aritmética
Aritmética
Aritmética
Aritmética
Aritmética
Aritmética


# Unidad 2

# RECUERDA

## Cantor George (1845-1918)

Matemático alemán nacido en San Petersburgo (ahora Leningrado, Rusia) y fallecido en Halle. Ya en la escuela Cantor mostró talento por las matemáticas, haciendo posteriormente de ellas su profesión, obteniendo el puesto de profesor en la Universidad de Halle en 1872. En 1874 Cantor empezó a introducir conceptos extraños de lo infinito, estableciendo que para tratar el infinito se debe establecer correspondencia entre dos series, más aun, esta correspondencia debe ser biunívoca. De este modo se puede razonar que la cantidad de números pares es igual a la de los números naturales, diferenciando entre la aritmética de lo infinito y la aritmética familiar de los números finitos. Cantor construyó una estructura lógica completa, en la cual se postulaba que una serie completa de números transfinitos, representaba diferentes ordenes de infinitos. De esta manera todos los números racionales podían establecer una igualdad a la serie de números enteros, pero no así a los números racionales más los irracionales. Estos eran los números reales y representaban números transfinitos más elevados que los números enteros. Así la definición de Cantor de número real identifica a este último con una sucesión convergente de números racionales.

## Demócrito de Abdera (470 a. C.-380 a. C.)

Nació en Abdera y murió en la misma población con casi cien años de edad. Es el principal representante del atomismo antiguo. Creía que toda la materia, está compuesta de diminutas partículas, indivisibles y sobre las que era imposible concebir una estructura menor. Con él la filosofía, aunque en su aspecto de ciencia universal de la naturaleza y del hombre, aparece dividida en varias partes bien determinadas: obras físicas, matemáticas (incluyendo en estas las astronómicas), técnicas filosóficas y éticas.

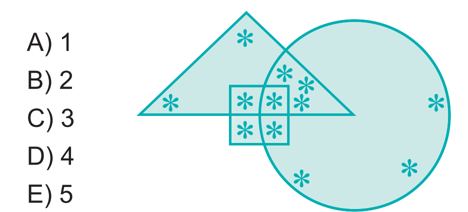
### Reflexiona

- *Quererse uno mismo es valorar, ser consciente, apreciar y agradecer los talentos, dones, características, atributos y capacidades que cada uno tiene, sean pocos o muchos.*
- *Para aprender a caminar solamente hay un camino: intentarlo, y gracias a la perseverancia lo lograremos finalmente.*
- *El líder debe entender que cada fracaso le acarreará sabiduría en la medida que pueda asimilarlo en su experiencia, identificando las acciones equivocadas en que incurre y por supuesto, en el siguiente intento tendrá más posibilidades de éxito.*

### ¡Razona...!

¿Cuántos asteriscos pertenecen a la vez al triángulo y al círculo, pero no al rectángulo?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5



# Aplicamos lo aprendido



## TEMA 1: TEORÍA DE LA DIVISIBILIDAD

**1** Efectúa:

$(\overset{\circ}{17} + 3)(\overset{\circ}{17} + 4)(\overset{\circ}{17} + 5)$

A) $\overset{\circ}{17} + 8$  B) $\overset{\circ}{17} + 3$  C) $\overset{\circ}{17} + 9$
D) $\overset{\circ}{17}$  E) $\overset{\circ}{17} + 5$

**2** Halla "n" en:

$(\overset{\circ}{5} + 3)^3 = \overset{\circ}{5} + n$

A) 3  B) 7  C) 1
D) 2  E) 0

**3** El triple de la edad de Christian es múltiplo de 7. ¿Cuál es la edad de Christian si es el menor número de 2 cifras?

A) 21  B) 12  C) 28
D) 35  E) 14

**4** Halla el menor múltiplo positivo de 2, que toma "m" en:

$7(m - 2) = \overset{\circ}{3}$

A) 2  B) 8  C) 6
D) 4  E) 5

**5** Calcula a, si:

$\overline{bb41a} = \overset{\circ}{11}$

A) 5  B) 6  C) 7
D) 8  E) 9

**6** Si $\overline{abc}$ es la suma de los cinco primeros múltiplos enteros no negativos de 19. Calcula: $a + b + c$

A) 14  B) 15  C) 8
D) 12  E) 10

**7** ¿Cuántos numerales capicúa de tres cifras son divisibles por 11?

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

**8** Determina un número de tres cifras consecutivas crecientes que sea divisible por 7. Da la cifra de mayor orden.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

**9** ¿Cuántos números de la forma $\overline{7ab6a5}$ son divisibles por 7?

A) 8 B) 10 C) 12
D) 14 E) 16

**10** En un salón de clases donde hay 61 alumnos se observa que:
— La séptima parte de los hombres usan reloj.
— La décima parte de las mujeres usan lentes.
— El número de hombres se encuentra entre 20 y 27.
¿Cuántas mujeres no usan lentes?

A) 12 B) 20 C) 40
D) 36 E) 30

**11** Si $\overline{xy6yz}$ es divisible por 1375, entonces $\overline{xyz}$ es múltiplo de:

A) 11 B) 13 C) 17
D) 19 E) 23

**12** Calcula el residuo al dividir:
$E = 11 + 13 + 21 + 23 + 31 + 33 + \ldots + 111 + 113$
por 5.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

**13** Calcula el residuo de dividir:
$N = 1! + 3! + 5! + 7! + \ldots + 2014!$
entre 9. (Donde $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 2 \times 1$)

A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

**14** Halla el residuo de dividir
$M = 3^{2n+2} + 2^{6n+1} + 3, n \in \mathbb{N}$
entre 11.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

**Claves**

1. C 3. E 5. D 7. C 9. B 11. C 13. E
2. D 4. A 6. E 8. E 10. D 12. E 14. C

# Practiquemos



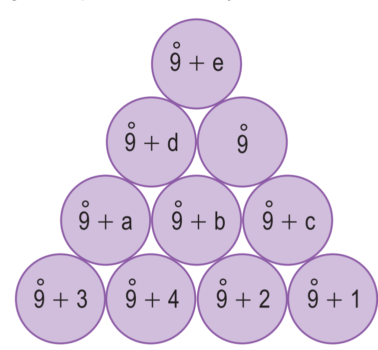
## NIVEL 1

### Comunicación matemática

**1.** Coloca un aspa (X) en el recuadro según corresponda.

| Número / Divisor | 4 | 6 | 7 | 12 | 14 | 21 | 24 | 84 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | |

**2.** Analiza la siguiente pirámide aditiva y calcula: $a + b + c + d + e$




Respuesta: ☐

**3.** Completa los recuadros vacíos.

$(\overset{\circ}{7} + 2)(\overset{\circ}{7} + 3) = \overset{\circ}{7} + \square$

$(\overset{\circ}{5} + 4)(\overset{\circ}{5} + 3) = \overset{\circ}{5} + \square$

$(\overset{\circ}{3} + 1)(\overset{\circ}{3} + 2) = \overset{\circ}{3} - \square$

$(\overset{\circ}{13} + 4)(\overset{\circ}{13} + 4) = \overset{\circ}{13} + \square$

$(\overset{\circ}{11} - 2)(\overset{\circ}{11} - 7) = \overset{\circ}{11} - \square$

### Razonamiento y demostración

**4.** De las siguientes proposiciones:

I. $(\overset{\circ}{9} + 8)(\overset{\circ}{9} + 4)(\overset{\circ}{9} + 2) = \overset{\circ}{9}$

II. $(\overset{\circ}{5} - 3)^2 = \overset{\circ}{5} - 1$

III. $\overset{\circ}{13} - \overset{\circ}{13} = 0$

IV. $\overset{\circ}{7} - 4 = \overset{\circ}{7} - 3$

Son verdaderas:

A) Solo I B) I, II y IV C) II, III y IV
D) Solo II E) Solo III

**5.** Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $\overset{\circ}{10} + 1 = \overline{xyzab1}$ ( )

II. $\overset{\circ}{13} \times 7 = \overset{\circ}{7}$ ( )

III. $\overset{\circ}{8}^{275} - \overset{\circ}{8} = \overset{\circ}{8}$ ( )

IV. $1517 = \overset{\circ}{7} + 4$ ( )

### Resolución de problemas

**6.** Halla la suma de los tres primeros valores positivos de a.

Si: $8a + 4 = \overset{\circ}{5}$

A) 20 B) 21 C) 22
D) 23 E) 24

**7.** Calcula la suma de los cuadrados de los divisores positivos de 8.

A) 85 B) 82 C) 76
D) 78 E) 91

**8.** Es un número comprendido entre 10 y 40, es múltiplo de seis y no es múltiplo de cuatro ni de nueve.

A) 32 B) 30 C) 24
D) 36 E) 37

**9.** Calcula el residuo por defecto al dividir $\overline{aaa5}$ entre 3.

A) 2 B) 0 C) 1
D) 3 E) 4

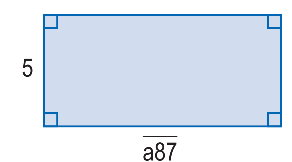
**10.** Si $\overline{ab37}$ es múltiplo de 9, calcula el residuo de dividir $\overline{ab21}$ por 9.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

## NIVEL 2

### Comunicación matemática

**11.** Sea el área de la región rectangular $11 \times \overline{mn}$. Calcula "a".




Respuesta: ☐

**12.** Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

| | |
|---|---|
| Si $\overline{abcd} = \overset{\circ}{11} \Rightarrow b + d - a - c = \overset{\circ}{11}$ | |
| Si $\overline{abcd} = \overset{\circ}{3} \Rightarrow a + c - b + d = \overset{\circ}{3}$ | |
| Si $\overline{abcd} = \overset{\circ}{7} \Rightarrow 2b + 3c + d - 2a = \overset{\circ}{7}$ | |
| Si $\overline{abcd} = \overset{\circ}{13} \Rightarrow d - a - 4b - 3c = \overset{\circ}{13}$ | |

### Razonamiento y demostración

**13.** Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Si $M + N = \overset{\circ}{7}$; entonces $3M + 10N = \overset{\circ}{7}$. 

II. Si $4A = \overset{\circ}{15} + 3$; entonces $A = \overset{\circ}{15} + 13$. ( )

III. Si $A = \overline{aa0}_{(2)}$ y $B = \overset{\circ}{2}$, entonces $A + B = \overset{\circ}{2}$. ( )

**14.** Se tiene: $\overline{abc}_{(n)} = \overset{\circ}{m}$

De las proposiciones:

I. Si $m = n + 1 = 4$; entonces $\overline{abc}_{(n)}$ toma 4 valores.

II. Si $m = n + 2 = 7$; entonces el mayor valor de $\overline{abc}$ es 433.

III. Si $n = m$ entonces $c = 0$.

Son verdaderas:

A) Solo I B) I y II C) I y III
D) II y III E) Todas

## Resolución de problemas

**15.** Si:
$A = \{x \in \mathbb{N} \ / \ x \text{ es múltiplo de } 4,\ x < 40\}$
Halla: n(A)

A) 9 B) 11 C) 12
D) 10 E) 13

**16.** El triple de la edad de Juan es múltiplo de 5 y el doble de dicha edad es múltiplo de 14. Halla dicha edad si es menor que 50.

A) 25 B) 28 C) 30
D) 35 E) 45

**17.** Si $\overline{4xy7328} = \overset{\circ}{99} + 34$
Calcula: $\sqrt{y^x}$

A) 3 B) 8 C) 9
D) 25 E) 36

**18.** Si $\overline{9n8n} = 11 \times \overline{abc}$, halla "b".

A) 4 B) 5 C) 3 D) 6 E) 7

**19.** Si: $\overline{5a7b} = \overset{\circ}{143}$
Calcula: $a \times b$

A) 0 B) 35 C) 4
D) 8 E) 12

**20.** Si: $\overline{a2a3aba} = \overset{\circ}{45}$
Halla: $b + a$

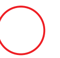
A) 6 B) 10 C) 7
D) 8 E) 11

## NIVEL 3

## Comunicación matemática

**21.** Coloca >, < ó =, según corresponda.

a  4

m  5

$a + c + 3$ ◯ m

Donde:
$\overline{5m9} = \overset{\circ}{13}$; $\overline{a86} = \overset{\circ}{11}$; $\overline{22c} = \overset{\circ}{7}$

**22.** Completa los recuadros vacíos y calcula: $x + y + z + w$
Además: x, y, z, w son de una cifra.

$A = [(\overset{\circ}{5} + 4) \times (\overset{\circ}{5} + 3) + \overset{\circ}{5} + 2]^{314}$

$[(\overset{\circ}{5} + \boxed{x}) + \overset{\circ}{5} + \boxed{y}]^{\boxed{\ }}$

$[\overset{\circ}{5} + \boxed{\ }]^{\boxed{\ }}$

$\overset{\circ}{5} + \boxed{\ }^{\boxed{\ }}$

$\overset{\circ}{5} + \boxed{z}$

$A = \overset{\circ}{5} + \boxed{w}$

Respuesta: ☐

## Razonamiento y demostración

**23.** Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Si $a + b + c = \overset{\circ}{11}$; entonces el mayor valor de $\overline{a6b5c}$ es un múltiplo de 3. ( )

II. Si $N = \overline{xyz}$ y $M = \overline{zyx}$, $x > z$, se cumple $N - M = \overset{\circ}{9}$; $\forall$ N, M $\in \mathbb{Z}^+$. ( )

III. Si A = B; A, B $\in \mathbb{Z}^+$, entonces $A - B = \overset{\circ}{n}$, $\forall\, n \in \mathbb{Z}^+$. ( )

**24.** Se tiene: $N = \overline{(\overline{ab})(\overline{cd})(\overline{ef})}_{(\overline{mn})}$
De las proposiciones:

I. Si $N = \overset{\circ}{\overline{mn}} + 13$, entonces $\overline{ef} = 13$.

II. Si $\overline{cd} = \overline{ef}$ y $N = \overset{\circ}{\overline{mn}^2} + 143$, entonces $m + n = 4$.

III. Si $\overline{mn} = 11$, entonces N = 1331.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y III E) II y III

## Resolución de problemas

**25.** Un vendedor de frutas observa, que si agrupa sus naranjas de 3 en 3 le sobra 1, pero si las agrupa de 5 en 5 le faltarían 4. ¿Cuántas naranjas tiene si el número de ellas se encuentra comprendido entre 40 y 60?

A) 45 B) 46 C) 51
D) 56 E) 61

**26.** Si:
C. A. $(\overline{5x2x3}) = \overset{\circ}{11}$
Calcula: x

A) 7 B) 5 C) 3
D) 1 E) 0

**27.** Si:
$\overline{517m}_{(9)} + \overline{41m34}_{(9)} = \overset{\circ}{9}$
Calcula: m

A) 7 B) 4 C) 6
D) 3 E) 5

**28.** Christian perdió su carné de ingreso a la Universidad y no se acordaba su código; pero sí que era un número capicúa de 7 cifras divisible por 5; 9 y 11. Además, la cifra central era 9. ¿Cuál es la suma de cifras del código del carné de Christian?

A) 45 B) 36 C) 30
D) 48 E) 54

**29.** Halla el residuo de dividir

$(\underbrace{\overline{1843abcabc \ldots abc}}_{2014\text{ cifras}})^{\overline{abc}}$ entre 7.

A) 5 B) 2 C) 4
D) 1 E) 3

**30.** Si: $\overline{abc}^{a} = \overset{\circ}{9} + 4$
$\overline{abc}^{b} = \overset{\circ}{9} + 5$
$\overline{abc}^{c} = \overset{\circ}{9} - 1$

Calcula el residuo de dividir $\overline{abc}^{\overline{abc}}$ entre 9.

A) 2 B) 4 C) 5
D) 3 E) 1

**31.** Halla un numeral tal que al ser expresado en los sistemas: quinario, octanario y nonario, siempre termina en cifra cero. Da como respuesta la suma de cifras del menor número en base 10.

A) 11 B) 12 C) 13
D) 14 E) 9

**32.** En el número $\overline{abccba}$ que es $\overset{\circ}{7}$, las cifras a; b y c son diferentes. ¿Cuál es el menor residuo de dividir $\underbrace{\overline{acac\ldots}}_{54\text{ cifras}}$ entre 11?

A) 5 B) 4 C) 7
D) 2 E) 1

**33.** Cuál es el resto que se obtiene al dividir la expresión:
$E = 2^{3k+1} + 2^{6k+4} + 2^{3}$
entre 7.

A) 4 B) 3 C) 5
D) 1 E) 0

**34.** Si $\overline{mnpq} = \overset{\circ}{33}$ y $\overline{pq} = \frac{\overline{mn}}{3}$; halla el valor de m + n + p + q.

A) 18 B) 21 C) 26
D) 27 E) 32

**35.** Si a un número de cuatro cifras consecutivas crecientes se le suma 988, resulta un múltiplo de 44. Halla la suma de cifras de dicho número.

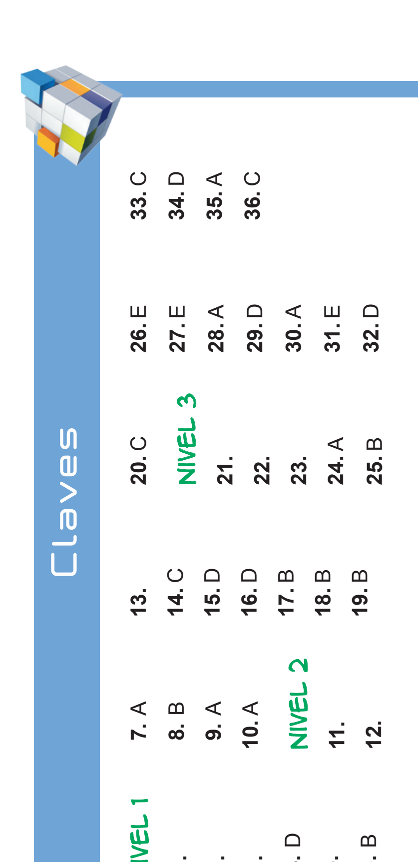
A) 18 B) 19 C) 20
D) 21 E) 22

**36.** Para qué valor de a, el numeral

$N = \underbrace{\overline{176a04176a04 \ldots 6a040}}_{97\text{ cifras}}$

es múltiplo de 13.

A) 6 B) 7 C) 9
D) 2 E) 1



# Aplicamos lo aprendido





## TEMA 2: NÚMEROS PRIMOS

**1** Halla x, si $A = 72^x$ tiene 117 divisores.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

**2** ¿Cuántos ceros son necesarios colocar a la derecha del número 75 para que el número resultante tenga 96 divisores?

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

**3** Halla la cantidad de divisores compuestos de 31 500.

A) 72 B) 69 C) 67
D) 70 E) 75

**4** Halla un número $N = 12^n \cdot 15^n$, sabiendo que tiene 75 divisores. Da como respuesta la suma de las cifras de N.

A) 18 B) 15 C) 9
D) 27 E) 21

**5** Halla el producto de los divisores de 540.

A) $540^{24}$ B) $540^{20}$ C) $540^{15}$
D) $540^{12}$ E) $540^{18}$

**6** Halla x, si $15^x \times 75$ tiene $(17x + 34)$ divisores.

A) 13 B) 16 C) 12
D) 15 E) 14

**7** ¿Cuántos rectángulos existen cuya superficie sea 720 $m^2$ si sus lados están expresados en cantidades enteras?

A) 10　B) 13　C) 14
D) 15　E) 16

**8** Si $A = 13^{n+2} - 13^n$ tiene 75 divisores compuestos. Halla "n".

A) 3　B) 4　C) 5
D) 6　E) 7

**9** Sabiendo que $A = 2 \times (400)^n$ y $B = (100)^n$, halla n, si la suma de divisores de A es igual a 129 veces la suma de divisores de B.

A) 2　B) 9　C) 7
D) 3　E) 5

**10** Halla "n" si $36 \times 10^n$ tiene 12 divisores múltiplos de 2, pero no de 5.

A) 1　B) 3　C) 2
D) 5　E) 6

**11** Si $N = 2 \times 3^a \times 7^b$, tiene 40 divisores múltiplos de 9 y 30 divisores múltiplos de 2, halla: 2a + 3b

A) 18　B) 19　C) 20
D) 21　E) 22

**12** Si: $N = \underbrace{a^m \times (a+1)^{m-2} \times (a+9)^{m+1}}_{\text{Descomposición canónica}}$

Además, N tiene 164 divisores compuestos, calcula: a + m

A) 6　B) 7　C) 8
D) 9　E) 5

**13** Sean:

$A = \{\overline{ab}_{(5)} \,/\, \overline{ab}_{(5)}$ es primo absoluto$\}$

$B = \{\overline{ab}_{(4)} \,/\, \overline{ab}_{(4)}$ es primo absoluto$\}$

Determina: $n(A \cap B)$

A) 2　B) 5　C) 6
D) 4　E) 3

**14** Determina la suma de los divisores de $\overline{aba}$, tal que la suma de sus cifras sea 9; sabiendo que su número de divisores es el mayor posible.

A) 56　B) 728　C) 654
D) 104　E) 130

**Claves**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. C | 3. C | 5. D | 7. D | 9. D | 11. E | 13. D |
| 2. B | 4. C | 6. E | 8. B | 10. C | 12. B | 14. B |

# Practiquemos

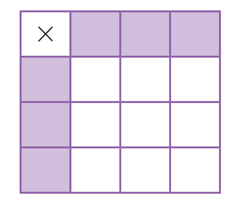
## NIVEL 1

### Comunicación matemática

**1.** Completa:

a) ____ y ____ son números PESÍ.
b) 7 tiene ____ divisores simples.
c) ____ es el menor número compuesto.
d) 6 tiene ____ divisores primos.

**2.** Completa la tabla de divisores de 196.



**3.** En el siguiente grupo de números marca aquellos que sean primos absolutos.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 31 | 8 | 12 | 23 |
| 48 | 13 | 14 | 24 |
| 4 | 26 | 19 | 36 |

### Razonamiento y demostración

**4.** Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. 97 no es un número primo. ( )
II. $CD(13) < 3$ ( )
III. $SD(27) = 40$ ( )

**5.** De las siguientes proposiciones:

I. $PD(47) = SD(47) - 1$
II. 25; 26 y 83 son PESÍ.
III. $SD(13^n) < SD(13)$, $n > 1$

Son verdaderas:

A) Solo I B) I y II C) II y III
D) Solo II E) Todas

### Resolución de problemas

**6.** ¿Cuántos divisores de dos cifras tiene el número 1620?

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 15

**7.** Si $4^{2n}$ tiene 81 divisores, halla n.

A) 20 B) 10 C) 15
D) 25 E) 30

**8.** Si $6^n \times 15$ tiene 84 divisores, halla n.

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

**9.** Halla a, si $N = 21 \times 15^a$ tiene 20 divisores compuestos.

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

**10.** Determina el número de divisores de 720.

A) 24 B) 28 C) 30 D) 32 E) 36

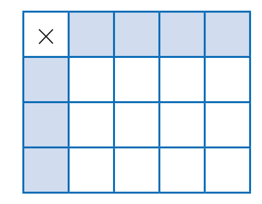
## NIVEL 2

### Comunicación matemática

**11.** Encierra en un círculo los números que tengan 3 divisores primos.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8 | 27 | 43 | 105 |
| 60 | 12 | 286 | 210 |
| 30 | 154 | 21 | 42 |

**12.** Completa la tabla de divisores de 968.



### Razonamiento y demostración

**13.** Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $PD(2925) = 2925^{18}$ ( )
II. $CD_{simples}(8580) = 6$ ( )
III. 2 y 3 no son los únicos números primos absolutos consecutivos. ( )

**14.** De las siguientes proposiciones:

I. El numeral de la forma $\overline{a(b+1)}_{(2)}$; expresado en base 10 siempre va a ser un número primo.
II. $N = \overset{\circ}{4} + 1$ siempre va a ser un número primo.
III. Si p y $2p + 1$ son números primos, entonces p puede ser igual a 7.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) I y II
D) II y III E) Todas

### Resolución de problemas

**15.** ¿Cuántos divisores que son múltiplos de 6 pero no de 5 tiene el número 18 000?

A) 6 B) 8 C) 9
D) 10 E) 12

**16.** Si: $\overline{abcd} = \underbrace{a^2 \times (a+4)^3}_{\text{Descomposición canónica.}}$

Calcula: $a + b + c + d$

A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 19

**17.** Si $4^{n+1} + 4^n + 4^{n-1}$ tiene 36 divisores. Halla el valor de n.

A) 3 B) 6 C) 5
D) 2 E) 4

**18.** ¿Cuántos rectángulos de lados enteros (en metros) tienen un área igual a 420 $m^2$?

A) 8 B) 10 C) 12
D) 14 E) 6

**19.** Se tiene los números $N_1 = 14 \times 30^n$ y $N_2 = 21 \times 15^n$. Si la suma del número de divisores que tiene cada uno de los dos números es 96, halla el menor de los dos números.

A) 6475 B) 4725 C) 3675
D) 6125 E) 6350

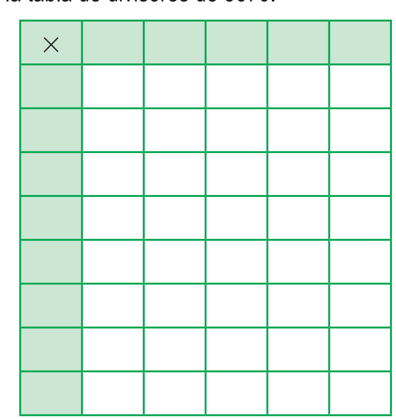
**20.** Halla $a - b$, si se sabe que $\overline{aabb}$ tiene 21 divisores.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

## NIVEL 3

### Comunicación matemática

**21.** Completa la tabla de divisores de 5670.




**22.** Relaciona según corresponda.

- SID(315)
- PD(128)
- CD(1780
- SD(5929)
- CD(540)

- 12
- CD(360)
- 7581
- $\frac{208}{105}$
- 16

### Razonamiento y demostración

**23.** De las siguientes proposiciones:

I. $2^{2^n} - 1$ es un número primo para todo $n \in \mathbb{N}$.

II. Si $\overline{pq}$ es un número primo, entonces $\overline{pq} + q$ no puede ser un número primo.

III. Si a y b son PESÍ, entonces $a + b$ y b no son PESÍ.

Son verdaderas:

A) Solo I B) I y II C) Solo II
D) II y III E) Todas

**24.** Si: $b + N = \overline{(n-a)b} + \overline{an}$

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Si n es par, entonces $CD(N) > 4$ siempre. ( )

II. Si n es impar, entonces CD(N) puede ser igual a 6. ( )

III. Si $n < 8$ y es impar entonces PD(N) puede ser igual a N. ( )

### Resolución de problemas

**25.** Si $\overline{(2a)(2a+1)a(a+2)} = \overset{\circ}{9} + 3$, calcula la suma de los divisores de $\overline{2aa}$.

A) 230 B) 231 C) 232
D) 233 E) 234

**26.** Se tiene: $A = 60^n \times 45$
$B = 15 \times 20^n$

Sabiendo que dichos números poseen 40 divisores comunes, calcula el valor de n.

A) 3 B) 5 C) 2
D) 4 E) 1

**27.** Si N tiene 4 divisores simples cuya suma es 16 y $a^3 \times b \times c$ es su descomposición canónica, determina la suma de divisores $\overset{\circ}{5}$ de N, si N es el mayor numeral posible de 3 cifras.

A) 950 B) 1800 C) 1600
D) 1850 E) 1700

**28.** Calcula N, sabiendo que $a^n \times b \times c$ es la descomposición canónica de N y que la $SD(N) = 168$.

Además: $\overline{ab} = 4c + 3$; $\overline{ac} = 8b + 1$

A) 72 B) 60 C) 84
D) 90 E) 126

**29.** Si $\overline{2m}$, $\overline{m(m+3)}$ y $\overline{3m(m-1)}$ son PESÍ 2 a 2, calcula la cantidad de divisores de la suma de los valores de m.

A) 4 B) 5 C) 6
D) 8 E) 10

**30.** Halla la suma de divisiones de $a^2 + b^2 + c^2$, si:
$\overline{abc} = 12(a + b + c + 1)$

A) 92 B) 96 C) 78
D) 98 E) 88

**31.** Si $N = A^a \times B^b \times C^c$ está descompuesto canonicamente, al dividir N entre A se eliminan 42 divisores, al dividir N entre B se suprimen 35 y si N se divide entre C se eliminan 30. Halla: $a + b + c$

A) 15 B) 18 C) 12
D) 21 E) 9

**32.** Si $\overline{ab}$ es un número primo absoluto. ¿Cuántos divisores como mínimo tiene $\overline{ab0ab}$? (0 = cero)

A) 8 B) 10 C) 12
D) 15 E) 16

**33.** Halla a + b, sabiendo que el número $\overline{ab(2a)(2b)}$ tiene 30 divisores.

A) 10 B) 8 C) 6
D) 12 E) 15

**34.** ¿Cuántos números de la forma $\overline{(3a)(4b)(3a)}$ son primos absolutos, si a y b son números naturales?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) N. A.

**35.** ¿Cuántos divisores tiene $18^{10} - 18^8$?

A) 128 B) 306 C) 612
D) 448 E) 529

**36.** Halla el número $N = 8 \times p^2 \times q$ (descomposición canónica), sabiendo que la suma de sus divisores son los $\frac{93}{35}$ de N.

A) 1700 B) 1800 C) 1600
D) 1500 E) 1400

**37.** Si $\overline{(n-1)(a-1)(n-1)}$ tiene 12 divisores, halla la suma de los valores de n.

A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 16

**38.** Halla un número par comprendido entre 3024 y 3364, sabiendo que este tiene una cantidad impar de divisores. Da como respuesta la suma de cifras.

A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 16

**39.** Si A tiene 28 divisores, calcula la suma de los divisores compuestos del menor valor de A que cumple la condición.

A) 3027 B) 3017 C) 3037
D) 3217 E) 3327

**40.** Si: $N = 2^4 \times 3^6 \times 7^3 \times 5^4 \times 11^2$, ¿cuántos de los divisores de N acaban en 1, 3, 7 ó 9?

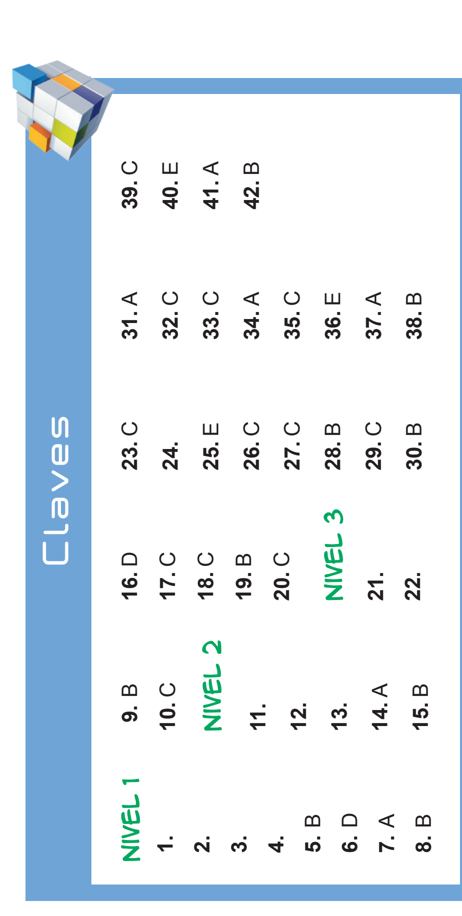
A) 120 B) 96 C) 700
D) 168 E) 84

**41.** Si el número $N = 4^{n-1} \times 6^{n-1} \times 7^{2n}$ posee 70 divisores $\overset{\circ}{2}$ pero no $\overset{\circ}{8}$, ¿cuántos de sus divisores son $\overset{\circ}{49}$?

A) 225 B) 304 C) 700
D) 240 E) 245

**42.** Si se sabe que $M = 3^{13} \times (21)^k \times 13^4$ tiene 120 divisores que no son $\overset{\circ}{21}$, ¿cuántos divisores de M son $\overset{\circ}{637}$?

A) 303 B) 304 C) 305
D) 306 E) 307



# Aplicamos lo aprendido



## TEMA 3: MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

**1** Halla el valor de x en los números $A = 12 \times 225^x$ y $B = 12^x \times 225$ para que el MCM tenga 392 divisores ($x \in \mathbb{Z}^+$).

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

**2** El MCD de dos números es 8. ¿Cuál es su MCM si el producto de dichos números es 4032?

A) 530 B) 504 C) 520
D) 500 E) 510

**3** Halla la diferencia de dos números enteros positivos sabiendo que su MCD es 48 y su suma es 192.

A) 94 B) 95 C) 96
D) 97 E) 98

**4** El MCM de 2 números impares consecutivos es 195. Halla la suma de dichos números.

A) 24 B) 25 C) 26
D) 27 E) 28

**5** ¿En cuántos ceros termina el MCD de $150^{150}$; $160^{160}$; $170^{170}$ y $180^{180}$?

A) 120 B) 130 C) 140
D) 150 E) 160

**6** Calcula el MCD de los numerales: $\underbrace{33...33}_{462 \text{ cifras}}{}_{(4)}$ y $\underbrace{77...77}_{378 \text{ cifras}}{}_{(8)}$. Da la suma de cifras en base 16.

A) 42 B) 70 C) 153
D) 40 E) 150

**7** Calcula el MCD de A y B, si:
MCD(24A; 64B) = 720; MCD(64A; 24B) = 480

A) 24 B) 30 C) 36
D) 48 E) 60

**8** Halla dos números conociendo su suma que es 224 y su MCD es igual a 56.

A) 28 y 196 B) 56 y 168 C) 14 y 196
D) 196 y 14 E) 56 y 196

**9** Halla la suma de dos números cuyo MCD sea 18 y que el primero tenga 10 divisores y el segundo 15 divisores.

A) 300 B) 276 C) 252
D) 298 E) 306

**10** Dos números A y B tienen 16 múltiplos comunes menores que 10 000. Sabiendo que el MCM de A y B tiene 18 divisores y que es divisible entre 34, calcula (A + B), si se sabe que A y B tienen 9 divisores comunes.

A) 642 B) 648 C) 654
D) 660 E) 672

**11** Se desea dividir 3 barras de acero de longitudes 165; 225 y 345 cm en trozos de igual longitud, ¿cuál es el menor número de trozos que se pueden obtener?

A) 40 B) 44 C) 55
D) 52 E) 49

**12** Mario sale con Ana cada 22 días, con Betty cada 45 días y con Claudia cada 15 días, si sale con las tres un lunes. ¿Qué día caerá cuando vuelva a salir con las tres por cuarta vez?

A) Miércoles B) Jueves C) Lunes
D) Sábado E) Martes

**13** Si se cumple que:
MCM[$\overline{abc}$; $\overline{(a+1)(b+4)(c+2)}$] = 22 344
Calcula: a + b + c

A) 8 B) 9 C) 13
D) 14 E) 15

**14** Se compró un terreno, de forma rectangular, cuyas dimensiones son 1620 m y 3321 m y lo quieren dividir en parcelas cuadradas, todas iguales sin que sobre terreno, y luego colocar estacas de tal modo que exista una estaca en cada esquina de las parcelas. Calcula:
A: El menor número de parcelas.
B: El número total de estacas.
Da como respuesta A + B.

A) 1600 B) 1500 C) 1602
D) 1702 E) 1402

**Claves**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. A | 3. C | 5. D | 7. B | 9. E | 11. E | 13. A |
| 2. B | 4. E | 6. C | 8. B | 10. B | 12. D | 14. D |

# Practiquemos



## NIVEL 1

### Comunicación matemática

**1.** Marca los divisores comunes de los siguientes números y luego completa.

Divisores de A →

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 |

Divisores de B →

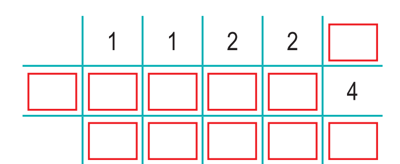
| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 8 | 9 | 12 | 18 | 24 | 36 | 72 |

MCD(A; B) = ☐

**2.** Relaciona los siguientes números descompuestos canónicamente con su mínimo común múltiplo.

| | |
|---|---|
| $2^2 \times 3$ y $2 \times 3^4$ | $3 \times 5 \times 11^2$ |
| $3 \times 11^2$ y $5 \times 11$ | $2^5 \times 3^5$ |
| $2^5 \times 3^4$ y $3^5 \times 2^2$ | $2^2 \times 3^4$ |
| $2^2 \times 5^4$ y $3 \times 5$ | $2^2 \times 3 \times 5^4$ |

**3.** En el siguiente esquema, se calculó el MCD de dos números mediante el algoritmo de Euclides. Complétalo.




### Razonamiento y demostración

**4.** Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $MCD(2^5; 2^3) = 8$ ☐

b) $MCM(4; 5) = 4 \times 5 \times MCD(4; 5)$ ☐

c) $MCD(2^4 - 1; 3) = 8$ ☐

**5.** Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $MCD(1; 3; 5) = 1$ ☐

b) $MCM(2^{10}; 1) = 2^{10}$ ☐

c) $27 = \overset{\circ}{\overline{MCD(3^{10}; 3)}}$ ☐

### Resolución de problemas

**6.** Halla x, sabiendo que el MCM de los números $A = 72^x \times 750$ y $B = 90^x \times 4$ tiene 2944 divisores. $(x > 3)$

A) 7 B) 8 C) 11
D) 6 E) 9

**7.** El MCD de dos números es 12. ¿Cuál es su MCM si el producto de dichos números es 888?

A) 62 B) 72 C) 83
D) 68 E) 74

**8.** Halla el valor de n en los números $A = 12 \times 45^n$ y $B = 12^n \times 45$ para que el MCM tenga 90 divisores.

A) 1 B) 2 C) 5
D) 4 E) 6

**9.** Halla el valor de n de los números $N_1 = 45 \times 60^n$ y $N_2 = 45^n \times 60$, sabiendo que el MCM de dichos números es 12 veces su MCD.

A) 4 B) 1 C) 2
D) 3 E) 6

**10.** El MCM de 2 números impares consecutivos es 143. Halla la suma de dichos números.

A) 24 B) 25 C) 26
D) 27 E) 28

## NIVEL 2

### Comunicación matemática

**11.** Completa la tabla:

| N | MCD(N; 36) | MCM(N; 180) |
|---|---|---|
| 32 | | |
| 63 | | |
| 22 | | |
| 60 | | |
| 78 | | |
| 54 | | |

**12.** Relaciona:

| | |
|---|---|
| $MCD(A \times B; B)$ | A |
| $MCM(A; B) \times MCD(A; B)$ | $A^2$ |
| $MCM(A^2; A^2 \times B)$ | B |
| $MCD(A^3; A^3 + A^2)$ | $A \times B$ |

### Razonamiento y demostración

**13.** De las siguientes proposiciones:

I. Si $m > n$, donde $m, n \in \mathbb{Z}^+$; entonces $MCD(A^n; A^m) = A^m$.

II. Si A y B son PESÍ, entonces $MCD(A; B) = A \times B$.

III. $\text{MCD}(\overline{(5a)(2a)(2a)}; 3) = 3$

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y III E) Todas

**14.** Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $\text{MCM}(A + B + C; 1) = A + B + C$ ( )

b) $\text{MCD}[B^A - 1; B \times (B^A + 1) - (B + 1)] = B - 1$ ( )

c) $\text{MCD}(k; kA + kB) = kA$ ( )

## Resolución de problemas

**15.** ¿Cuántas cifras tiene el MCD de $120^{120}$; $130^{130}$; $140^{140}$; $150^{150}$?

A) 125 B) 124 C) 123
D) 122 E) 121

**16.** Si $A = 2^{n+2} \times 3^{n+3}$ y $B = 2^{n-1} \times 3^n$; además, la cantidad de divisores del MCM(A; B) es 110, halla n.

A) 7 B) 8 C) 15
D) 14 E) 16

**17.** Calcula el MCD de:

$A = \underbrace{111...11}_{20\ \text{cifras}}{}_{(2)}$

$B = \underbrace{777...77}_{10\ \text{cifras}}{}_{(8)}$

A) 63 B) 127 C) 255
D) 511 E) 1023

**18.** Halla el número N, sabiendo que tiene 10 divisores y su MCD con 2205 es 245.

A) 2401 B) 12 005 C) 4375
D) 1225 E) 452

**19.** Si:

$\text{MCD}(10A; 15B) = 625$

$\text{MCM}(14A; 21B) = 31\,500$

Halla el valor de: $A \times B$

A) 56 250 B) 93 750 C) 87 250
D) 93 700 E) 90 072

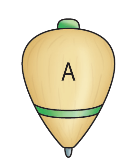
**20.** El MCD de dos números es 72. Además uno de ellos tiene 33 divisores y el otro 28. Calcula el número de divisores del MCM de ambos.

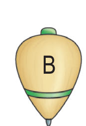
A) 100 B) 64 C) 77
D) 40 E) 68

# NIVEL 3

## Comunicación matemática

**21.** Dos trompos de diferente tamaño, se muestran a continuación en la siguiente posición mostrada:






Si comienzan a girar a razón de $\frac{\pi}{4}$ y $\frac{\pi}{2}$ radianes por segundo, respectivamente.

Responde:

a) ¿Después de cuánto tiempo volverán a estar en la misma posición por primera vez? ( )

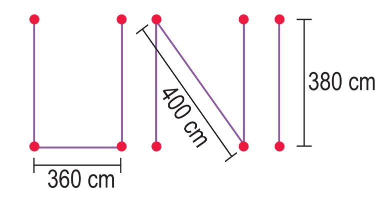
b) ¿Cuántas vueltas deberán dar ambos trompos para volver a estar en la misma posición por primera vez?

n.° de vueltas de A: ( )

n.° de vueltas de B: ( )

Tener en cuenta: 1 vuelta $< > 2\pi$

**22.** Se desea construir un aviso luminoso con las siguientes características:




Si se requiere colocar focos equidistantes de modo que estos deben ir en los lugares indicados (puntos de color rojo). Responde:

a) ¿Cuál debe ser la mayor distancia entre cada foco? ( )

b) ¿Cuál debe ser el menor número de focos que deben usarse? ( )

## Razonamiento y demostración

**23.** Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) Si $A = \overset{\circ}{B}$, entonces $\text{MCD}(A + B; A + 2B) = A$. ( )

b) Si $m, n \in \mathbb{Z}^+$, con $m = \overset{\circ}{n}$, entonces $\text{MCD}(12^m - 1; 12^n - 1) = 12^n - 1$. ( )

c) Si p y q son números primos diferentes tal que $\text{MCM}(A; B) = 8pq$ y $p^2 + q = 7$; entonces $A + B = 40$. ( )

**24.** Indica la validez en cada proposición.

I. $MCD(A^3; B^3) = MCD(A; B)$

II. En toda división entera positiva inexacta se cumple que el MCD del dividendo y el divisor es igual al MCD del divisor y el residuo.

III. Si el $MCD(a + b; a) = MCD(a - b; b)$, entonces $MCD(a; b) = 1$ tal que $\{a; b\} \subset \mathbb{Z}^+$

A) FVV  B) VVF  C) FVF
D) VVV  E) FFF

## Resolución de problemas

**25.** Dos números suman 208 y al calcular su MCD por divisiones sucesivas los cocientes fueron 3; 1; 3 y 3. Calcula el MCD de los números si la penúltima división se realiza por exceso.

A) 6  B) 2  C) 5
D) 4  E) 8

**26.** Si el MCM de $12 \times 45^n$ y $45 \times 12^n$ es divisible por 2187; pero no por 6561, calcula n.

A) 2  B) 3  C) 4
D) 5  E) 6

**27.** Halla B, si $A^3 + B^2 = 3185$ y $MCD(A; B) + A = 21$.

A) 7  B) 3  C) 13
D) 21  E) 23

**28.** Al calcular el MCD de los números $\overline{(a+1)bcd}$ y $\overline{aa(a+6)(a+6)}$ mediante el algoritmo de Euclides se obtuvieron como cocientes 1; 1; 2 y 3. Halla el mayor de los números, si la tercera división se hizo por exceso. Da como respuesta la suma de sus cifras.

A) 13  B) 15  C) 17
D) 19  E) 21

**29.** Irene y Rosmery visitan periódicamente la casa de Margarita cada 24 y 15 días, respectivamente. Si la última vez se encontraron en el cumpleaños de Margarita (17 de mayo), ¿en qué fecha se encontrarán la próxima vez?

A) 4 de septiembre
B) 13 de septiembre
C) 14 de septiembre
D) 15 de septiembre
E) 5 de septiembre

**30.** A un terreno de forma rectangular cuyas dimensiones son 1288 m y 851 m se le quiere dividir en parcelas cuadradas, todas iguales, sin que sobre terreno, luego se quiere cercarlas de tal manera que en cada esquina de las parcelas haya un poste. Determina la menor cantidad de parcelas y postes que se necesitan.

A) 2072; 2166  B) 2170; 3260  C) 2016; 2072
D) 2072; 2170  E) 3260; 2166

**31.** Si se cumple que:

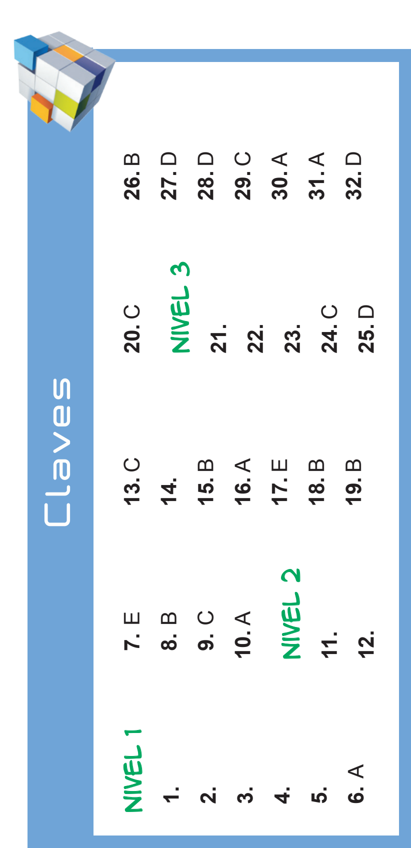
$MCM(\overline{abc}, \overline{(a+1)(b+2)(c+3)}) = 1148$

Calcula: $a + b + c$

A) 11  B) 12  C) 13
D) 14  E) 15

**32.** El MCD de 2 números es 248 y el menor de ellos es 2976. Sabiendo que el MCM está comprendido entre 59 200 y 89 500. ¿Cuántas soluciones hay para el mayor de dichos números?

A) 2  B) 4  C) 5
D) 3  E) 1



# Aplicamos lo aprendido





## TEMA 4: CONJUNTO DE NÚMEROS RACIONALES (Q)

**1** Calcula:

$R = (\sqrt{1,47} - \sqrt{0,27})^2$

A) 0,39 B) 0,40 C) 0,54
D) 0,60 E) 0,48

**2** Efectúa:

$M = \frac{1}{0,01} - \frac{0,00328}{0,4 \times 0,00004 + 0,002 \times 0,0125}$

A) 10 B) 1 C) 18
D) 14 E) 20

**3** Simplifica:

$E = \frac{1,1 + 2,2 + 3,3 + ... + 8,8}{1,\widehat{1} + 2,\widehat{2} + 3,\widehat{3} + ... + 8,\widehat{8}}$

A) 1 B) 0,9 C) 10/9
D) 99/100 E) 4/9

**4** Sea: $B = \left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times ... \times\left(1-\frac{1}{90}\right)$

Halla B.

A) 1/89 B) 1/88 C) 1/90
D) 1/91 E) 1/92

**5** Efectúa: S = 0,037 + 0,074 + 0,111 + ... + 1,259

A) $22,\widehat{037}$ B) $22,\widehat{012}$ C) $21,\widehat{912}$
D) 23 E) 24

**6** Si $\frac{5}{37} + \frac{a}{27} = 0,\widehat{a09}$, calcula: a

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

**7** A cada término de una fracción irreductible se le suma el cuádruple del denominador y al resultado se le resta la fracción inicial, dando como resultado la misma fracción. Halla la suma de los términos de dicha fracción.

A) 13 B) 14 C) 15
D) 16 E) 17

**8** ¿Cuántas fracciones irreductibles e impropias con denominador 40 existen entre 3/4 y 11/8?

A) 6 B) 5 C) 3
D) 4 E) 1

**9** ¿Cuántas fracciones irreductibles y propias con denominador 12 existen entre 1/3 y 7/4?

A) 8 B) 5 C) 3
D) 4 E) 1

**10** Halla la suma del numerador más el denominador de la fracción que debo sumar a la fracción periódica 0,8787... para ser igual a la fracción periódica 1,2121...

A) 6 B) 2 C) 4
D) 3 E) 5

**11** Suma a 1/4 la tercera parte de 63/4. Resta de esta suma la tercera parte de 5/8. Divide esta diferencia por el resultado de sumar a 1/5 los 7/6 de 2/3 y el cociente resultante multiplícalo por el resultado de sumar a 2/5 las 2/9 partes de 3/7. El resultado final obtenido es:

A) $\frac{20}{21}$ B) $\frac{35}{63}$ C) $\frac{1651}{616}$
D) $\frac{11}{24}$ E) $\frac{5}{4}$

**12** Se vende un televisor al contado, con los 2/3 del importe se compra una plancha y con los 3/7 del resto un juguete; lo que queda se deposita en el banco. Si la plancha y el juguete juntos costaron S/.765, ¿cuánto se depositó?

A) S/.150 B) S/.160 C) S/.180
D) S/.185 E) S/.196

**13** Se llena un recipiente de 8 litros con 5 litros de alcohol y el resto con agua. Se utiliza una cuarta parte de la mezcla y se reemplaza con agua, luego se utiliza la tercera parte y se reemplaza con agua. ¿Cuántos litros de alcohol queda en el recipiente?

A) 2,5 L B) 2 L C) 1,5 L
D) 3 L E) 3,5 L

**14** En la mitad de un terreno de una finca se siembra pasto, en la tercera parte de lo que queda se siembra café y en las tres quintas partes del resto se siembra maíz. Determina qué parte de la finca no sembrada con maíz, queda sin sembrar.

A) 2/5 B) 1/5 C) 4/5
D) 1/6 E) 2/15

**Claves**

1. E 2. E 3. D 4. C 5. A 6. B 7. A 8. A 9. C 10. C 11. C 12. C 13. A 14. D

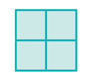
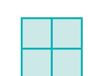
# Practiquemos

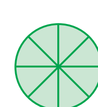


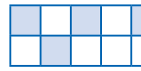
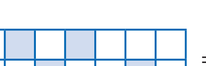
## NIVEL 1

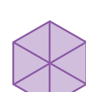
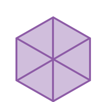
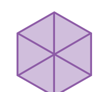
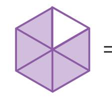
### Comunicación matemática

**1.** Escribe la fracción que representa la parte pintada.

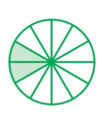
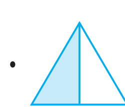
   =

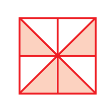
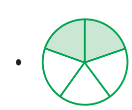
  =

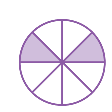
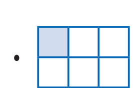
  =

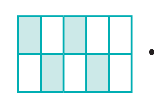
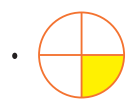
    =

**2.** Relaciona las fracciones equivalentes.

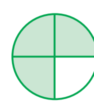
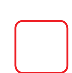
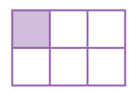
 • • 

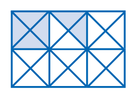
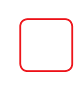
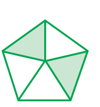
 • • 

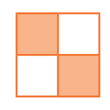
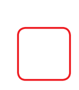
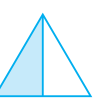
 • • 

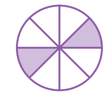
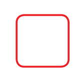
 • • 

**3.** Observa y compara.

### Razonamiento y demostración

**4.** Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $\sqrt{\dfrac{1+\frac{1}{2}}{27\times(0,5)}}=\dfrac{1}{3}$ ( )

b) Si $f=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\div\frac{12}{24}$, entonces f es una fracción equivalente a $\frac{3}{5}$. ( )

c) $\dfrac{1}{1+\frac{1}{2}}$ es una fracción irreductible. ( )

**5.** Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $f=\dfrac{1+2+3+4}{1+2+3+4+5}$ es una fracción impropia. ( )

b) $f=\dfrac{2\times3\times4\times5\times6}{5\times6\times7\times8}$ es una fracción irreductible. ( )

c) $\sqrt{0,1+0,2+0,3+0,4}\in\mathbb{N}$ ( )

### Resolución de problemas

**6.** Halla la fracción generatriz de 0,750.

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{3}{4}$
D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{3}{8}$

**7.** Halla la fracción generatriz de $0,\widehat{45}$.

A) $\frac{7}{11}$ B) $\frac{5}{11}$ C) $\frac{9}{31}$
D) $\frac{22}{99}$ E) $\frac{17}{99}$

**8.** Calcula: $R=\sqrt{36\times(0,3\hat{8})+8\times(0,25)}$

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

**9.** Calcula:
$A=\sqrt{12\times(5,8\hat{3})+20\times(0,5)+1}$

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

**10.** ¿Cuál es el producto de las fracciones decimales periódicas puras 0,222... y 0,818181...?

A) 0,222... B) 0,888... C) 0,1818...
D) 0,2828... E) 0,1616...

## NIVEL 2

### Comunicación matemática

**11.** Completa los recuadros para obtener fracciones impropias.

$$\frac{\square}{17};\ \frac{16}{\square};\ \frac{49}{\square};\ \frac{\square}{28};\ \frac{\square}{89}$$

**12.** Completa la tabla:

| + | $\frac{4}{7}$ | $\frac{11}{9}$ | $\frac{5}{6}$ |
|---|---|---|---|
| $\frac{1}{3}$ | | | |
| $\frac{8}{7}$ | | | |

### Razonamiento y demostración

**13.** Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) Si la fracción $f = \frac{m}{n}$ es equivalente a $\frac{24}{40}$ y MCD(6m; 6n) = 6, entonces $m + n = 8$. ( )

b) Si f es una fracción, entonces $\sqrt{f^2} = f$. ( )

c) Si f es una fracción propia, entonces $f^{-1}$ es una fracción impropia. ( )

**14.** Sea la fracción $f = \frac{a}{b}$; de las siguientes proposiciones:

I. $a + b = 1$
II. $a + b = 2$
III. $a + b = 3$

Son verdaderas:

A) Solo I  B) Solo II  C) Solo III
D) I y II  E) II y III

### Resolución de problemas

**15.** Si: $a = 0,\hat{3}; b = 0,0\hat{3}; c = 0,0\hat{3}$

Halla: $\frac{1}{a + b + c}$

A) $\frac{25}{4}$  B) $\frac{5}{2}$  C) $\frac{100}{9}$
D) $\frac{100}{333}$  E) $\frac{100}{99}$

**16.** Calcula el valor de:

$$E = \frac{0,\hat{1} + 0,\hat{2} + 0,\hat{3} + ... + 0,\hat{6}}{0,1 + 0,2 + 0,3 + ... + 0,6}$$

A) $1,\hat{3}$  B) $1,\hat{2}$  C) $1,\hat{4}$  D) $1,\hat{5}$  E) $1,\hat{1}$

**17.** Da la suma de la cantidad de cifras periódicas originadas por las siguientes fracciones:

$$\frac{1}{27}; \frac{13}{11}; \frac{4}{37}; \frac{7}{9}$$

A) 12  B) 13  C) 11
D) 14  E) 9

**18.** ¿Cuántas fracciones irreductibles con denominador 30 existen entre 1/3 y 4/5?

A) 2  B) 4  C) 5
D) 3  E) 1

**19.** Halla la suma de los términos de una fracción impropia de términos consecutivos, tal que al agregarle dos unidades, el numerador aumente en 12 unidades.

A) 16  B) 12  C) 13
D) 15  E) 10

**20.** Halla $a + b + c$, si:

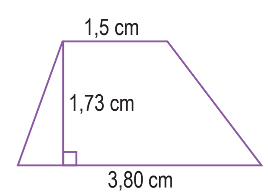
$$\sqrt{0,00\hat{a} + 0,00\hat{b} + 0,00\hat{c}} = 0,1\hat{6}$$

A) 25  B) 16  C) 15
D) 12  E) 10

## NIVEL 3

### Comunicación matemática

**21.** Halla el área del siguiente trapecio.

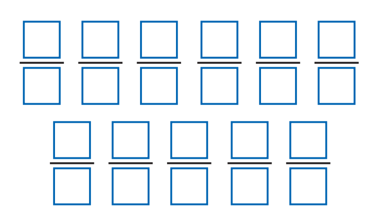



A) 4,5845 cm$^2$  B) 4,9988 cm$^2$  C) 5,9 cm$^2$
D) 9,5898 cm$^2$  E) 1,73540 cm$^2$

**22.** Sea el conjunto:

• 2  • 9  • 5  • 3

Forma todas las fracciones posibles con los elementos del conjunto M.



La mayor fracción formada es: $\frac{\square}{\square}$

La menor fracción formada es: $\frac{\square}{\square}$

## Razonamiento y demostración

**23.** Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Las raíces de la ecuación cuadrática $3x^2 - 2x + 2 = 3x$ son números fraccionarios. ( )

II. Si MCM$(a + b; a) = a^2 + ab$, entonces $\frac{a}{a+b}$ es una fracción irreductible. ( )

III. Si n es un número fraccionario entonces $\sqrt{n^2} = n$. ( )

**24.** Sea el conjunto:
F = {f / f es una fracción}
De las proposiciones:

I. Si $f_1, f_2 \in F$, entonces $f_1 + f_2 \in F$.

II. Si $f \in F$, entonces $(f^3 + 1)^{-1} \in F$.

III. Si $f_1, f_2 \in F$, entonces $\sqrt{f_1} + \sqrt{f_2} \in F$.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y II E) II y III

## Resolución de problemas

**25.** Sea:
$$A = \left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\times\left(1+\frac{1}{4}\right)\times ... \times\left(1+\frac{1}{100}\right)$$
Halla A.

A) 100/2 B) 101/2 C) 99/2
D) 98/2 E) 103/2

**26.** Para: $x_1 = 30$; $x_2 = 42$; $x_3 = 56$; ...
Encuentra un entero positivo m tal que:
$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + ... + \frac{1}{x_m} = 0,15$$

A) 15 B) 14 C) 19
D) 17 E) 18

**27.** Carmen ahorra siempre los 2/5 de su sueldo, hasta el mes pasado ahorraba S/.1500 por mes y ahora después del aumento ahorra S/.1900. En cuánto le han aumentado el sueldo.

A) S/.950 B) S/.1000 C) S/.800
D) S/.750 E) S/.1200

**28.** Halla una fracción equivalente a 7/11 tal que si se le agrega 28 unidades al menor de sus términos, el mayor término debe triplicarse para que la nueva fracción sea equivalente a 7/11. Da como respuesta el numerador.

A) 21 B) 70 C) 49
D) 14 E) 16

**29.** Determina la fracción equivalente a 0,72 cuya suma de términos es 860.

A) $\frac{320}{540}$ B) $\frac{350}{510}$ C) $\frac{160}{700}$
D) $\frac{360}{500}$ E) $\frac{260}{600}$

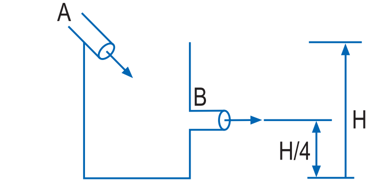
**30.** De un frasco, lleno de ácido, se extrae la cuarta parte que se reemplaza con agua, después se extrae las 3/4 partes y se llena con agua pero solo hasta los 2/3 de su capacidad. ¿En qué relación están mezclados al final, el ácido y el agua?

A) 3/16 B) 23/48 C) 16/23
D) 9/23 E) 23/9

**31.** La mitad de lo que me queda de gaseosa en la botella es igual a la tercera parte de lo que ya me tomé. Si tomo la cuarta parte de lo que me queda, ¿qué fracción de toda la gaseosa me habré tomado?

A) 3/10 B) 3/7 C) 2/3
D) 7/10 E) 1/3

**32.** El caño A llena el recipiente mostrado en 20 horas estando cerrado B. El desagüe B saca la parte que le corresponde en 30 horas estando cerrado el caño A. Si se abren los dos caños a la vez, ¿en qué tiempo se llenará el recipiente?




A) 30 h B) 20 h C) 35 h
D) 28 h E) 25 h



# MARATÓN Matemática

- Si:

$\text{MCD}(\overline{3x33y};\ 1925) = 77$

$\text{MCD}(\overline{3x33y};\ \underbrace{200\ ...\ 00_{(4)}}_{27\ \text{cifras}}) = (n+5)^m$

Donde $\{m; n\} \subset \mathbb{N}$ y $m^2 \leq 0$, halla: $x^3 + y^2$

**Resolución:**

Del enunciado $\overline{3x33y} = \overset{\circ}{77}$; entonces:

$$\overline{3x33y} = \begin{cases} \overset{\circ}{7} \\ \overset{\circ}{11} \end{cases}$$

Por criterios de divisibilidad, se cumple:

- $3 - x + 3 - 3 + y = \overset{\circ}{11}$

  $y - x = \overset{\circ}{11} + 8$

- $-3(3) - x + 2(3) + 3(3) + y = \overset{\circ}{7} \Rightarrow y - x = \overset{\circ}{7} + 1$

Entonces:

$$y - x = \begin{cases} \overset{\circ}{11} + 8 \\ \overset{\circ}{7} + 8 \end{cases} \Rightarrow y - x = \overset{\circ}{77} + 8$$

$y = 8 + x \quad ...\ (1)$

Además, se tiene:

$\text{MCD}(\overline{3x33y};\ \underbrace{200\ ...\ 00_{(4)}}_{27\ \text{cifras}}) = \text{MCD}(\overline{3x33y};\ 2 \times 4^{26}) = (n+5)^m$

$= \text{MCD}(\overline{3x33y};\ 2^{53}) = (n+5)^m$

Como $\{m; n\} \subset \mathbb{N}$ y $m^2 \leq 0$; entonces: $m = 0$

Luego: $\text{MCD}(\overline{3x33y};\ 2^{53}) = 1$

Es decir, $\overline{3x33y}$ y 2 son PESÍ, entonces: $y \neq \overset{\circ}{2} \wedge y > 0$

En (1) se tiene:

$y = 8 + x$

$\downarrow \quad\quad \downarrow$

$9 \quad\quad 1$

Piden: $x^3 + y^2 = 1 + 81 = 82$

**1.** Halla la suma de los siete primeros múltiplos positivos de la cantidad de divisores de 256.

A) 252 B) 242 C) 236
D) 257 E) 272

**2.** Si: $(\overset{\circ}{11} - 3)^{11}(\overset{\circ}{11} + 4)^{26} = \overset{\circ}{11} - 3n$
Halla n.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

**3.** ¿Cuántos números de tres cifras, que comienzan con cifra dos, son divisibles por 15?

A) 6 B) 4 C) 10
D) 15 E) 12

**4.** Si N = 6000...0 posee 176 divisores compuestos, ¿cuántos divisores impares posee?

A) 18 B) 15 C) 20
D) 21 E) 12

**5.** Determina el valor de n para que el número $A = 175 \times 245^n$ tenga 28 divisores que no son divisibles por 35.

A) 9 B) 8 C) 7
D) 6 E) 5

**6.** Halla un número de la forma $N = 2^a \times 3^b$ sabiendo que si se multiplica a dicho número por 8 y por 9 su número de divisores aumenta en 9 y 10 respectivamente.

A) 144 B) 156 C) 1200
D) 1000 E) 500

**7.** ¿Cuáles son los números primos entre sí, cuyo MCM es 330 y su diferencia es 7?

A) 22 y 29 B) 18 y 25 C) 14 y 21
D) 22 y 15 E) 55 y 46

**8.** Sea: MCD(N; 320) = 40
Calcula cuántos valores toma N, si $0 < \log\sqrt{N} - 1 < \log^3$.

A) 8 B) 9 C) 10
D) 20 E) 12

**9.** Si: MCD(117A; 312B) = 390
Calcula: MCD(15A; 40B)

A) 39 B) 41 C) 48
D) 50 E) 52

**10.** ¿Cuánto le falta a 4/9 para ser igual a los 2/3 de los 5/7 de los 6/11 de los 4/9 de 7?

A) 4/11 B) 5/11 C) 7/11
D) 8/11 E) 3/11

**11.** En un examen, un alumno resuelve la tercera parte de lo que no resuelve, ¿qué parte del examen ha resuelto?

A) 1/2 B) 1/4 C) 2/3
D) 2/5 E) 1/3

**12.** Si: $\dfrac{14}{\overline{ab}} = 0,\overset{\frown}{abc}$

Calcula: $a + b + c$

A) 16 B) 18 C) 20
D) 22 E) 12

**13.** Si x es un número entero que no es multiplo de 5, halla el residuo de dividir $x^4 - 20\,136$ entre 5.

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4


Unidad 3

# RECUERDA

## Apolonio de Perga (262-180 a.c)

Matemático griego nacido en Pérgamo. Se educó siguiendo la tradición de Euclides y escribió un tratado de ocho libros de los que se conservan los siete primeros, sobre las cónicas. Apolonio hizo respecto a las figuras cónicas lo que medio siglo antes había hecho Euclides con el círculo y fue él quien dio a las secciones del cono sus nombres actuales: parábola, hipérbola y elipse. Apolonio es el más profundo y original de todos los matemáticos griegos, después de Arquímedes. Se le atribuye la invención del reloj solar y es uno de los precursores de los descubrimientos astronómicos.

## Johan Bolyai (1802-1860)

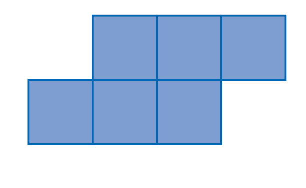
Matemático húngaro nacido en Kolozsvar y fallecido en Marosvasarheli, ambas en Hungría. Su padre había sido gran amigo de Gauss, llegando incluso a intentar demostrar el quinto axioma de Euclides. En 1825 ponía en práctica los mismos proyectos que Lovachevski sobre la geometría no euclideana, publicando en 1831 un apéndice en un libro de su padre sobre matemáticas. En él explicó su geometría, que Lovachevski había publicado tres años antes.

## Reflexiona

- *Recordemos que la creatividad es una piedra lanzada cuesta arriba de la costumbre, por lo que debemos dedicar un tiempo importante todos los días para encontrar nuevos caminos.*
- *La gran diferencia que puede vislumbrarse entre los seres triunfadores y los fracasados está en que, mientras los individuos fracasados piensan en sus imposibilidades, los triunfadores están concentrados en sus posibilidades.*
- *El liderazgo se va adquiriendo a través del entrenamiento, de la adquisición de las técnicas y herramientas que permiten influir eficazmente en los demás.*

## ¡Razona...!

La figura está formada de láminas cuadradas de lado 1 cm. ¿Cuál es el menor número de láminas que debes agregar a la figura para obtener una figura 16 cm de perímetro? Las láminas que agregues deben tener en común con la figura al menos un lado.



A) 4 B) 5 C) 2 D) 3 E) 6






## TEMA 1: POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN EN $\mathbb{Z}^+$

**1** ¿Cuál es el menor número que multiplicado por 204 resulta un número cuadrado perfecto?

A) 3 B) 28 C) 6
D) 68 E) 51

**2** Si $\overline{2ab5} = K^2$, calcula a + b.

A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 10

**3** Entre 17 y 119, ¿cuántos cuadrados perfectos hay?

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

**4** La raíz cuadrada de $\overline{abab}$ es $2(\overline{ab})$ y el residuo $\overline{ab}$.
Calcula: $\sqrt{2a + b}$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

**5** Si: $\overline{1ab(c-1)(d-2)0} = k^3$
Calcula: a + b + c + d

A) 10 B) 17 C) 18
D) 19 E) 24

**6** Si $\overline{a4b000} = k^3$, calcula: $(a + b)^2$

A) 25 B) 36 C) 49
D) 64 E) 16

**7** Si: $\overline{abc2} = K^3$.
Calcula: $a + b + c + K$

A) 34 B) 35 C) 36
D) 38 E) 41

**8** En un cuartel forman 1225 soldados de tal modo que construyen un cuadrado perfecto. Si se retiran los soldados que forman el perímetro exterior de manera que se conserve el cuadrado, ¿cuántos soldados quedarán?

A) 1049 B) 1089 C) 1156
D) 1000 E) 1024

**9** Encuentre el menor número tal que al aumentarle sus 5/7 dé como resultado un número cuadrado y cubo perfecto. Da como respuesta la suma de sus cifras.

A) 23 B) 21 C) 18
D) 25 E) 28

**10** ¿Cuál es el menor número múltiplo de 42 tal que la suma de su tercera y séptima parte dé como resultado un cuadrado perfecto?

A) 200 B) 50 C) 210
D) 84 E) 42

**11** Si $11 \times \overline{abcabc}$ es un cuadrado perfecto, calcula la diferencia del máximo valor y mínimo valor de $\overline{abc}$.

A) 234 B) 327 C) 392
D) 438 E) 455

**12** Si: $\overline{(a+1)a(a+3)(a+2)} = k^2$
Halla: $a \times k$

A) 0 B) 325 C) 296
D) 400 E) 188

**13** Halla la suma de cifras del residuo por exceso que se obtiene al sacar la raíz cuadrada de 111...11, sabiendo que tiene 2n cifras ($n \in \mathbb{N}$).

A) $n + 1$ B) $2n + 1$ C) $3n + 1$
D) $4n + 1$ E) $5n + 1$

**14** Al extraer la raíz cuadrada de un número se tomó por error al residuo como raíz y a esta como residuo, resultando un número que es inferior en 372 unidades al original. Si la diferencia de la raíz menos el residuo es 3, calcula el número original.

A) 4157 B) 4150 C) 4230
D) 4050 E) 4320

**Claves**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. E | 3. E | 5. A | 7. A | 9. C | 11. E | 13. D |
| 2. A | 4. C | 6. B | 8. B | 10. C | 12. C | 14. A |

# Practiquemos



## NIVEL 1

### Comunicación matemática

**1.** Completa los recuadros, si las siguientes expresiones corresponden a la descomposición polinómica de números cuadrados perfectos.

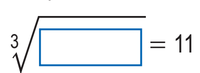
a) $7^{\square} \times 43^{\square} \times 97^{\square}$

b) $2^{\square + 11} \times 5^{\square + 3} \times 11^{\square \times 3}$

c) $7^{\square + 7} \times 13^{\square + 2} \times 101^{\square + 1} \times 103^{\square - 2}$

d) $2^{6 - \square} \times 3^{3 \times \square} \times 5^{\square}$

**2.** Completa los recuadros.



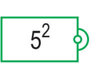
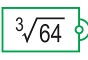
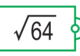
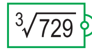
$\sqrt[3]{\square} = 11$ $\qquad$ $137 = \square^3 + 12$

$\sqrt{\square} = 17$ $\qquad$ $225 = \square^3 + \square$

$\sqrt{529} = \square$ $\qquad$ $19 = \square^2 + 3$

$\sqrt[3]{343} = \square$ $\qquad$ $56 = \square^2 + \square$

**3.** Relaciona.

| | |
|---|---|
|  $5^2$ |  9 |
|  $\sqrt[3]{64}$ |  4 |
|  $\sqrt{64}$ | 25 |
|  $\sqrt[3]{729}$ | 8 |
| $13^2$ | 169 |

### Razonamiento y demostración

**4.** Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

a) Si $\overline{p5}^2 = \overline{abcd}$, entonces $c + d = 6$. ( )

b) Si $N = \overline{a(a+2)(a+1)}$ es un cuadrado perfecto, entonces $N = \overset{\circ}{9}$. ( )

c) Si $\overline{1ab}$ es un cubo perfecto, entonces $a + b = 5$. ( )

**5.** Sea la descomposición polinómica:

$N = \overline{mnp} = a^{\alpha} \times b^{\beta}$

De las proposiciones:

I. Si N es un cuadrado perfecto, entonces $\alpha + \beta = \overset{\circ}{2}$.

II. Si $p = 0$ y N es un cuadrado perfecto, entonces a puede ser igual a 3.

III. Si N es un cuadrado perfecto y $p = 5$, entonces b puede ser igual a 5.

Son verdaderas:

A) I y II $\qquad$ B) II y III $\qquad$ C) I y III
D) Solo I $\qquad$ E) Todas

### Resolución de problemas

**6.** ¿Cuál es el menor número entero positivo por el cual debo multiplicar a 840 para que el resultado sea un cuadrado perfecto? Da como respuesta la suma de las cifras del número.

A) 2 $\qquad$ B) 3 $\qquad$ C) 8
D) 10 $\qquad$ E) 15

**7.** Halla el menor número entero por el cual debemos multiplicar a 38 808 para que el producto sea un cuadrado perfecto.

A) 15 $\qquad$ B) 11 $\qquad$ C) 22
D) 33 $\qquad$ E) 17

**8.** Si $\overline{7ab5} = K^2$, calcula: $a + b$

A) 2 $\qquad$ B) 4 $\qquad$ C) 8
D) 12 $\qquad$ E) 15

**9.** Si: $a + b = 10$

$\overline{ab} = K^2$

Calcula K.

A) 8 $\qquad$ B) 27 $\qquad$ C) 9
D) 2 $\qquad$ E) 1

**10.** ¿Cuántos cuadrados perfectos existen entre 3200 y 8600?

A) 35 $\qquad$ B) 36 $\qquad$ C) 37
D) 38 $\qquad$ E) 34

## NIVEL 2

### Comunicación matemática

**11.** En el siguiente cuadro, marca con un aspa los posibles valores de la raíz cuadrada de los siguientes números cuadrados perfectos ubicados en la columna izquierda de la tabla.

| N | $\sqrt{N}$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| $\overline{mn25}$ | 14 | 45 | 60 | 65 |
| $\overline{ab1}$ | 11 | 22 | 29 | 31 |
| $\overline{m9}$ | 9 | 6 | 4 | 7 |
| $\overline{xy6}$ | 22 | 16 | 24 | 13 |

**12.** Relaciona de modo que se forme un número cuadrado perfecto.

| | |
|---|---|
| $2^5 \times 3^4 \times 7^2$ | $2^2$ |
| $2^6 \times 3^6 \times 5^{11}$ | $7^7$ |
| $3^8 \times 5^{10} \times 7^{17}$ | $3^{11}$ |
| $2^{10} \times 3^3 \times 7^8$ | $2^{13}$ |
| $2^4 \times 3^8 \times 5^{10} \times 7^2$ | 5 |

## Razonamiento y demostración

**13.** Sea el numeral: $N = \overline{ab}$

De las proposiciones:

I. Si CD(N) = 5, entonces $a + b = 10$.

II. Si CD(N) = 2, entonces N es un cuadrado perfecto.

III. Si CD(N) = 7, entonces $a \times b = 24$

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo III C) I y II
D) II y III E) Todas

**14.** Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

a) La cifra de 1.er lugar de la raíz entera de $\overline{6ab}$ es 1. ( )

b) Si $2^{\overline{mp}} \times 3^{\overline{p1}}$ es un cubo perfecto, entonces el mayor valor de $m + p$ es 15. ( )

c) Si el número $\overline{a(2a)b0}$ es un cuadrado perfecto, entonces $a + b = 4$. ( )

## Resolución de problemas

**15.** Al extraer la raíz cúbica del numeral $\overline{103aab}$ el residuo fue $\overline{b3}$. Calcula $a + b$.

A) 10 B) 12 C) 13
D) 15 E) 14

**16.** Si $\overline{xxx} = 37k^2$, calcula: $x + k$

A) 10 B) 6 C) 1
D) 35 E) 3

**17.** Determina la fracción de menores términos positivos equivalente a 5/9, sabiendo que la suma de sus términos es un cubo perfecto. Da como respuesta la diferencia de sus términos.

A) 694 B) 784 C) 748
D) 286 E) 478

**18.** Sabiendo que si al numeral $\overline{ababab}_{(5)}$ se le multiplica por $272_{(8)}$, se convierte en un cuadrado perfecto. Halla $a + b$.

A) 5 B) 7 C) 8
D) 9 E) 6

**19.** Si el número por el que se debe multiplicar al numeral $\overline{abc5}$ para que resulte un cuadrado y cubo perfecto es 2025. Halla: $a + b + c$.

A) 26 B) 15 C) 14
D) 13 E) 12

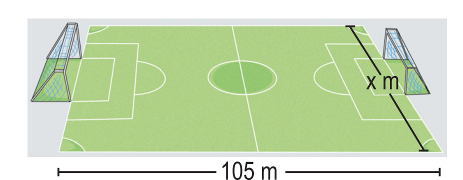
**20.** Si $(k + 25)^2 = \overline{15cd5}$, halla: $\dfrac{k}{c \times d - 2}$

A) 10 B) 15 C) 12
D) 18 E) 20

# NIVEL 3

## Comunicación matemática

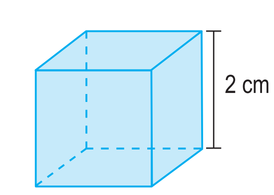
**21.** Calcula el ancho del campo de fútbol.




si se sabe que el séxtuplo del área del campo es el menor número cuadrado perfecto.

A) 69 m B) 70 m C) 71 m
D) 72 m E) 73 m

**22.** Cuántos cubos con las siguientes medidas:




se necesitan para formar un cubo compacto cuyo volumen es 512 $cm^3$.

A) 216 B) 218 C) 220
D) 222 E) 224

## Razonamiento y demostración

**23.** Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

a) Existe un número cuadrado perfecto entre 144 y 169. ( )

b) Si al extraer la raíz cúbica al número $\overline{50xyz}$ se obtiene como residuo $\overline{z3}$, entonces $x + y = 8$. ( )

c) Si $\overline{xxxy1}$ es un cuadrado perfecto y $\overline{x1y}$ es un numeral de cifras diferentes entre sí, donde $x + y < 5$, entonces $x^y = 4$. ( )

**24.** Demuestra:

Si $N = K^3 + r$, entonces:

a) $r_{mín.} = 1$ b) $r_{máx.} = 3K(K + 1)$

## Resolución de problemas

**25.** Si $x^2 = \overline{aabb}$, halla $a + b$.

A) 15 B) 13 C) 17
D) 11 E) 19

**26.** Si el cuadrado del número $\overline{(b+1)(a+1)a}$ es el número $\overline{(a+1)ab(a+1)a}$, halla $a+b$.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

**27.** Si $\overline{a(a+1)(a+2)(3a)(a+3)}$ tiene una cantidad impar de divisores, calcula el residuo por exceso al extraer la raíz cuadrada de $\overline{a(2a)(3a)}$.

A) 22 B) 25 C) 31
D) 32 E) 35

**28.** Halla $a+b+c+d$, si $\overline{6abcd6}$ es un cubo perfecto.

A) 14 B) 15 C) 17
D) 18 E) 20

**29.** Determina la suma de cifras de k, si $\overline{ab1} = k^2$ y además $a+b=12$.

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

**30.** Halla la suma de las cifras de A,

si: $A = \sqrt{\underbrace{44\ldots}_{n\text{ cifras}}\underbrace{48\ldots}_{n\text{ cifras}}89}$

A) $2n+1$ B) $3n+1$ C) $4n+1$
D) $5n+1$ E) $6n+1$

**31.** Calcula el menor numeral cuadrado perfecto de 5 cifras, tal que al ser dividido entre 13 y 7 no dejan residuo. Da como respuesta la suma de cifras.

A) 8 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13

**32.** Sabiendo que el número $\overline{4a5bc0}$ es un número cuadrado perfecto divisible por 33. Calcula: $a+b+c$

A) 0 B) 9 C) 21
D) 18 E) 15

**33.** Calcula el residuo que se obtiene al extraer la raíz cuadrada de un número de 4 cifras, cuya raíz cuadrada es su complemento aritmético.

A) 100 B) 102 C) 118
D) 120 E) 125

**34.** Si el número $\overline{19mn}$ es un cuadrado perfecto, calcula la raíz cuadrada de $\overline{mnxy}$ sabiendo que es exacta.

A) 56 B) 59 C) 60
D) 64 E) 65

**35.** Se desea colocar losetas cuadradas de 50 cm de lado en un patio también cuadrado. Si el patio tuviera un metro menos por cada lado, se usarían 92 losetas menos. Calcula el área del patio.

A) 100 $m^2$ B) 121 $m^2$ C) 144 $m^2$
D) 169 $m^2$ E) 196 $m^2$

**36.** Calcula la suma de cifras del número de cuatro dígitos tal que al calcular su raíz cuadrada y raíz cúbica se obtienen residuos máximos.

A) 16 B) 17 C) 18
D) 20 E) 21

**37.** Al extraer la raíz cuadrada de $\overline{50ab6}$ se obtiene un residuo mínimo. Calcula: $a+b$

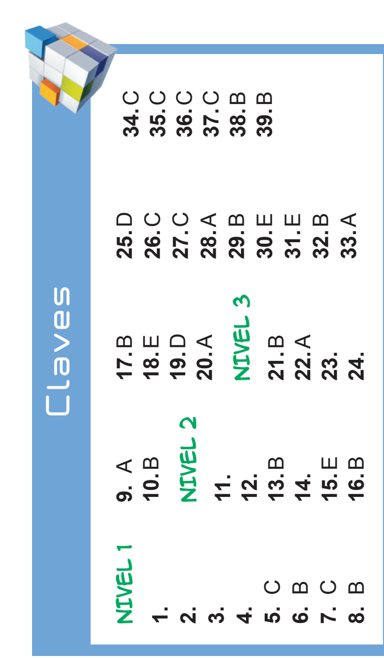
A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

**38.** Calcula cuántos términos de la siguiente sucesión: $63 \times 1$; $63 \times 2$; $63 \times 3$; ...; $63 \times 4000$ son números cubos perfectos.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 9

**39.** Al extraer la raíz cúbica de un número de 3 cifras, se observa que el residuo por exceso es mínimo. Calcula el menor valor de dicho número, si el residuo por defecto es $\overset{\circ}{7}+4$.

A) 124 B) 124 C) 118
D) 115 E) 120



# Aplicamos lo aprendido



## TEMA 2: RAZONES Y PROPORCIONES

**1** Halla la cuarta proporcional, si se sabe que es un número entero, determinado para 4; 7 y 12. Da como respuesta la suma de cifras de dicho número.

A) 4 B) 5 C) 3
D) 6 E) 1

**2** Determina la tercera proporcional entre la media proporcional de 9 y 16, y la cuarta proporcional de 10; 15 y 14.

A) 38 B) 36,25 C) 36,75
D) 34,25 E) 25,2

**3** En una proporción geométrica continua de razón entera, la suma de los términos extremos es 200. Calcula el mínimo valor de la tercera proporcional.

A) 4 B) 3 C) 5
D) 6 E) 2

**4** Las edades de Patricia y Zulema son 19 y 25 años, respectivamente. ¿Dentro de cuántos años sus edades estarán en la relación de 4 a 5?

A) 4 B) 2 C) 3
D) 5 E) 1

**5** La razón geométrica de dos números es 3/4 y los 2/3 de su producto es 1152. Calcula la suma de cifras del mayor de los números.

A) 9 B) 15 C) 12
D) 8 E) 10

**6** Las edades de dos personas están en la misma relación que los números 5 y 7. Halla la edad de la persona menor, si se sabe que la diferencia de sus edades hace 3 años fue de 4 años.

A) 13 años B) 12 años C) 10 años
D) 11 años E) 15 años

**7** Lo que cobra y gasta diariamente un individuo suman S/.900. Lo que gasta y lo que cobra están en la relación de 2 a 3. ¿En cuánto tiene que disminuir el gasto diario para que dicha relación sea de 3 a 5?

A) S/.35 B) S/.36 C) S/.37
D) S/.28 E) S/.45

**8** Si:

$$\frac{32}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{4} = \frac{4}{e} = k$$

Halla el valor de $b + c + e$.

A) 25 B) 26 C) 30
D) 38 E) 44

**9** Si: $\frac{40 + a}{40 - a} = \frac{32 + b}{32 - b} = \frac{72 + c}{72 - c} = \frac{k + 1}{k - 1}$

Además: $a + b + c = k + 10$

Halla: $E = \frac{a}{b} + \frac{c}{a - 1}$

A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{7}{2}$ C) 3 D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{11}{2}$

**10** En una serie de 3 razones geométricas equivalentes continuas de razón entera, la suma del primer y último término es 27. Halla la suma de consecuentes.

A) 21 B) 20 C) 18
D) 24 E) 27

**11** En una fiesta hay 220 personas. Si por cada 2 varones hay 3 mujeres y por cada 8 personas que están bailando 3 no bailan. ¿Cuántos varones no están bailando?

A) 20 B) 80 C) 52
D) 8 E) 28

**12** En una reunión hay 231 personas. Si por cada 4 varones hay 3 mujeres, y por cada 2 personas que están bailando 9 no bailan. ¿Cuántas mujeres no están bailando?

A) 111 B) 37 C) 26
D) 78 E) 52

**13** En una competencia ciclista, A le ganó a B por 400 m y B le ganó a C por 100 m, ¿por cuántos metros le ganó A a C si el circuito tenía una longitud de 1600 m?

A) 500 m B) 575 m C) 425 m
D) 415 m E) 475 m

**14** Las velocidades de dos personas están en la relación de 11 a 4. Si están separadas 300 m y va una al encuentro de la otra. ¿Cuánto recorre cada una hasta el momento de encontrarse?

A) 200 y 100 m B) 220 y 80 m
C) 180 y 120 m D) 210 y 90 m
E) 110 y 190 m

**Claves**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. C | 3. A | 5. C | 7. B | 9. B | 11. D | 13. E |
| 2. C | 4. D | 6. C | 8. B | 10. A | 12. D | 14. B |

# Practiquemos

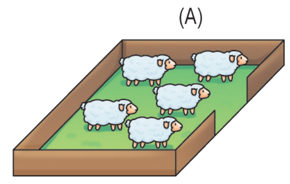
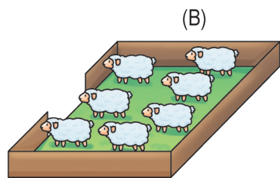


## NIVEL 1

### Comunicación matemática

**1.** Observa la figura y responde:

(A) (B)

¿Cuántas ovejas deben pasarse del corral B al corral A para que la relación entre el número de ovejas del corral A y el número de ovejas del corral B sea como 2 es a 1?

Respuesta: $\square$

**2.** Dada la ecuación cuadrática:

$x^2 - 35x + c = 0$

Halla las raíces, si estas están en la relación de 2 a 3.

Respuesta: $\square$ y $\square$

**3.** En la figura se muestra el espacio disponible de dos unidades del disco duro de una computadora. ¿En qué relación se encuentran los espacios usados de las unidades C y D?

UNIDADES DEL DISCO DURO (2)




Respuesta: $\square$

### Razonamiento y demostración

**4.** Se tiene: $\overline{ab} - b = \overline{cd} - \overline{ef}$

De las proposiciones:

I. Si $a = 3$, entonces $d = f$ y $c = e + 3$.

II. a puede ser igual a 9.

III. Si $a = 1$, entonces $d = f$ y $c - e = 2$.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y II E) Todas

**5.** Sea la proporción aritmética: $a - b = c - d$

De las proposiciones:

I. Si $a = d$, entonces c es la tercera diferencial de a y b.

II. Si $a > b > c > d$, entonces d es la cuarta diferencial de a, b y c.

III. Si $\{b; c\} \subset \mathbb{Z}^+$ y $b + c = 2$, entonces la media diferencial de a y d es 1.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) II y III E) Todas

### Resolución de problemas

**6.** En una proporción geométrica continua, el primer término es 1/9 del cuarto término. Si la suma de los medios es 72, halla la diferencia de los extremos.

A) 60 B) 90 C) 72
D) 96 E) 84

**7.** La media proporcional de dos números es 15. Si la proporción geométrica que se forma tiene por razón 3/5. Calcula la diferencia de los extremos.

A) 20 B) 16 C) 9
D) 15 E) 19

**8.** En una proporción geométrica continua la suma de los extremos es 75 y la diferencia de los mismos es 21. Calcula la media proporcional.

A) 18 B) 30 C) 24
D) 36 E) 32

**9.** Si: $\frac{81}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{z} = \frac{z}{256} = k$

Halla: $x + y + z$

A) 244 B) 344 C) 440
D) 444 E) 544

**10.** En una proporción geométrica se tiene que la suma de sus términos es 700 y cada uno de los 3 primeros es 3/4 del siguiente. Halla la suma del segundo y el tercer término.

A) 264 B) 246 C) 216
D) 336 E) 256

## NIVEL 2

### Comunicación matemática

**11.** Completa los recuadros si las siguientes proporciones son continuas.

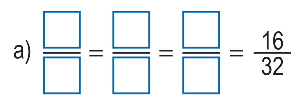
a) $\frac{4}{\square} = \frac{\square}{36}$

b) $21 - \square = \square - 11$

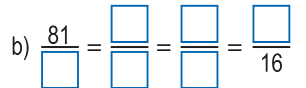
c) $\frac{2^{2n}}{\square} = \frac{\square}{2^{4m}}$

d) $22 - 15 = \square - \square$

**12.** Completa los recuadros si las series de razones geométricas equivalentes son continuas.



a) $\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{16}{32}$



b) $\frac{81}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{16}$

## Razonamiento y demostración

**13.** Dada la proporción geométrica:

$$\frac{a}{b} = \frac{a + c + 2}{b + d + 1}$$

De las proposiciones:

I. Si $c = d$ y $\{c; d\} \subset \mathbb{Z}^+$, entonces $a > b$.

II. Si $b = 2a$, entonces c es a d como 3 es a 1.

III. Si $b = 3a = 3$, entonces la razón aritmética de d y 3c es 5.

Son verdaderas:

A) Solo I B) I y II C) II y III
D) I y III E) Todas

**14.** Sea la proporción geométrica $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, y los conjuntos:

$M = \{x / x$ es un número primo$\}$ y $N = \{x / x = 2k, k \in \mathbb{N}\}$.

De las proposiciones:

I. Si $c, b \in M \cap N$, entonces d es la tercera proporcional de a y c.

II. Si $b \in M - N$ y $c \in N - M$, entonces d es la cuarta proporcional de a, b y c.

III. Si $b \in M$, $c \in M \cap N$ y $b \leq c$, entonces $a \times d = 2$.

Son verdaderas:

A) Solo I B) I y II C) II y III
D) I y III E) Todas

## Resolución de problemas

**15.** Hace 8 años la razón de las edades de dos hermanos era 2/5 y dentro de 12 años la razón sería 4/5. Halla la edad del menor de los hermanos.

A) 16 años B) 18 años C) 15 años
D) 9 años E) 12 años

**16.** La edad de Juan excede en 5 años a la de Pedro y la edad de Sandra excede en 3 años a la de Juan. La edad de Sandra es el triple que la de Pedro, halla la suma de edades.

A) 15 años B) 25 años C) 20 años
D) 30 años E) 16 años

**17.** ¿Cuál es la diferencia entre los extremos de una proporción geométrica continua, si la suma de sus cuatro términos es 36 y la razón entre la suma y diferencia de los dos primeros términos es 3?

A) 9 B) 14 C) 10
D) 16 E) 12

**18.** El número de soles de A es al de B como 2 es a 3; el de B es al de C como 3 es a 4. ¿Cuántos soles tiene C, si entre los tres juntos tienen 135 soles?

A) 20 B) 50 C) 30
D) 60 E) 40

**19.** Las edades de Amelia, Belinda, Cecilia y Delma suman 156 años. La edad de Amelia es 2/3 de la edad de Belinda, la edad de Belinda es los 4/5 de la de Cecilia y la edad de Amelia es el doble de la edad de Delma. Halla las edades de Belinda y Delma.

A) 60 y 16 años B) 60 y 32 años C) 32 y 12 años
D) 48 y 20 años E) 48 y 16 años

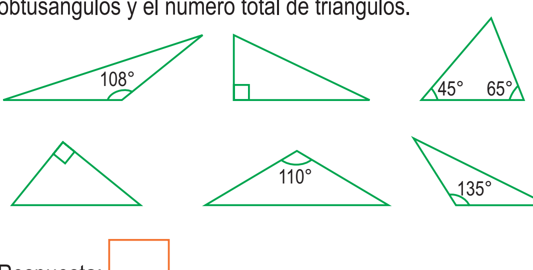
**20.** En una reunión se observó que por cada 3 mujeres había 7 hombres. Además, se observó que el número de hombres excede al número de mujeres en 28. ¿Cuál será la relación de mujeres a hombres si se retiran 14 parejas?

A) 2 : 5 B) 2 : 7 C) 1 : 3
D) 2 : 3 E) 1 : 5

# NIVEL 3

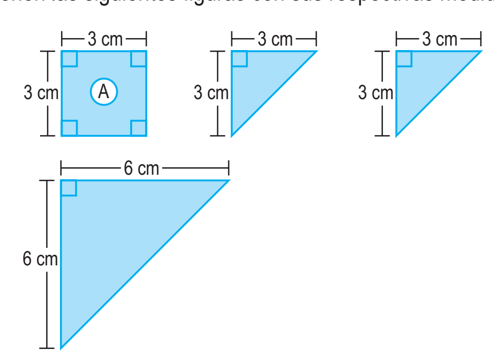
## Comunicación matemática

**21.** Observa las figuras y halla la razón entre el número de triángulos obtusángulos y el número total de triángulos.




Respuesta: 

**22.** Se tienen las siguientes figuras con sus respectivas medidas:




Halla la relación entre las áreas del cuadrado formado al unir las cuatro figuras y el área de la figura A.

Respuesta:

## Razonamiento y demostración

**23.** Dada la serie de razones geométricas equivalentes continuas:

$$\frac{\overline{bc}}{\overline{ab}} = \frac{\overline{\left(\frac{b}{2}\right)b}}{\overline{ab}_{(c)}} = \frac{110_{(b)}}{3}$$

Demuestra que: $\frac{c^2 - b^3}{8a} \in \mathbb{Z}^+$

**24.** Dada la serie de razones geométricas equivalentes:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = ... = \frac{a_{2n}}{b_{2n}} = k; n \in \mathbb{Z}^+$$

Demuestra que: $\dfrac{a_1 \times a_2 + a_3 \times a_4 + ... + a_{2n-1} \times a_{2n}}{b_1 \times b_2 + b_3 \times b_4 + ... + b_{2n-1} \times b_{2n}} = k^2$

## Resolución de problemas

**25.** En una urna se tienen 400 bolas, de los cuales 160 son blancas y las restantes, negras. ¿Cuántas bolas blancas se deben añadir para que por cada 2 bolas negras haya 3 bolas blancas?

A) 200 B) 240 C) 100 D) 120 E) 130

**26.** La anchura de una alfombra rectangular es a su largo como 2 es a 3. Si se le corta por los 4 costados pedazos de $10 \times 10$ cm la superficie disminuye en 86 $cm^2$. Calcula el largo de la alfombra.

A) 21 cm B) 12 cm C) 15 cm D) 18 cm E) 27 cm

**27.** La media proporcional de dos números es 15. Si la proporción geométrica que se forma tiene por razón 3/5. Calcula la media diferencial de los extremos.

A) 20 B) 17 C) 9 D) 15 E) 19

**28.** Una liebre va al alcance de una tortuga, estando sus velocidades en la relación de 7 a 3; además, inicialmente estaban separadas 48 m. Calcula la suma de los espacios recorridos.

A) 80 m B) 150 m C) 120 m D) 100 m E) 130 m

**29.** Para envasar 15 000 litros de aceite se dispone de botellas de 1/2 litro, 1 litro y 5 litros. Por cada botella de 5 litros hay 10 de un litro y 20 de medio litro. Al terminar de envasar el aceite, no sobra ninguna botella vacía. ¿Cuántas botellas había en total?

A) 18 000 B) 30 000 C) 27 000
D) 240 E) 18 600

**30.** Un jugador de billar A le da de ventaja a otro B, 40 carambolas para un total de 100. B le da de ventaja a otro C, 30 carambolas para 50. ¿Cuántas carambolas de ventaja debe dar A a C en un partido de 150?

A) 108 B) 111 C) 114 D) 117 E) 121

**31.** En una carrera alrededor de un circuito circular, Alberto le ganó a Carlos por 3/4 de vuelta y Carlos le ganó a Manuel por 2/5 de vuelta. ¿Por qué fracción de vuelta le ganará Alberto a Manuel?

A) $\frac{1}{20}$ B) $\frac{17}{20}$ C) $\frac{2}{17}$ D) $\frac{15}{22}$ E) $\frac{17}{21}$

**32.** De un grupo de niños y niñas se retiran 24 niños, quedando 2 niños por cada niña. Después se retiran 16 niños y quedan 5 niñas por cada 2 niños. ¿Cuántas niñas habían al inicio?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

**33.** Dos móviles cuyas velocidades son entre sí como 9 es a 2, parten al encuentro en direcciones opuestas. ¿Cuál es la separación inicial; si en el momento del encuentro el más veloz recorrió 21 km más que el otro?

A) 33 km B) 35 km C) 40 km D) 44 km E) 46 km

**34.** En una carrera sobre una pista de x m, Ana puede vencer a Beariz por 30 m, Beatriz puede vencer a Carla por 15 m y Ana puede vencer a Carla por 42 m. Halla x.

A) 150 m B) 180 m C) 200 m D) 210 m E) 300 m

**35.** Si a los cuatro términos de una proporción geométrica se le suma una misma cantidad, se obtienen los números: 23; 27; 93 y 132, respectivamente. Halla la suma de dichos números.

A) 210 B) 212 C) 215 D) 218 E) 220

**36.** La suma de los cuatro términos de una proporción aritmética continua es 100. Si el producto de los términos es 375 000, halla la tercera diferencial.

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

**37.** En una proporción geométrica de términos enteros, la suma de los cubos de estos es 315. Halla la suma de los cuatro términos, si el valor de la razón es un número entero positivo.

A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

**38.** Si se cumple: $\dfrac{a \times b}{m \times n} = \dfrac{a \times c}{n \times p} = \dfrac{b \times c}{m \times p} = 2\sqrt[3]{2}$

Además: $a \times b \times c = 24$

Halla: $m \times n \times p$

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

**39.** La suma, diferencia y el producto de dos números, están en la relación de 25; 9 y 136, respectivamente. ¿Cuál es el mayor de ellos?

A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

**40.** Sabiendo que se cumple: $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} = \dfrac{e}{3} = \dfrac{24}{f}$

Donde: $ef + ad = 462$; $e + f + bc = 412$
Halla el valor de la constante de proporcionalidad, si es el menor posible.

A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{7}{8}$ D) $\frac{8}{5}$ E) $\frac{9}{5}$

**41.** Si $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d} = \dfrac{e}{f} = K^2$ y $b \times d \times e = \dfrac{L^2}{K^2}, L > 0$;

Halla: $\sqrt{a \times c \times f}$

A) $L^2$ B) L C) K D) $K^2$ E) $K \times L$

## Claves

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| NIVEL 1 | 8. D | 16. B | 24. | 33. A |
| 1. | 9. D | 17. E | 25. A | 34. A |
| 2. | 10. D | 18. D | 26. E | 35. C |
| 3. | NIVEL 2 | 19. E | 27. B | 36. E |
| 4. A | 11. | 20. E | 28. C | 37. D |
| 5. D | 12. | NIVEL 3 | 29. E | 38. C |
| 6. D | 13. D | 21. | 30. C | 39. E |
| 7. B | 14. B | 22. | 31. B | 40. B |
| | 15. E | 23. | 32. C | 41. B |






## TEMA 3: MAGNITUDES PROPORCIONALES

**1** Las magnitudes $A^2$ y B son IP. Si cuando A vale 20, A es a B como 10 es a 9. ¿Qué valor toma A cuando B vale 72?

A) 10 B) 20 C) 44
D) 3 E) 11

**2** Si S es la suma de dos cantidades, siendo una de ellas IP a $D^2$ y la otra DP a $D^2$. Halla x si el siguiente cuadro indica sus valores correspondientes.

| D | $\sqrt{2}$ | $\sqrt{3}$ | 1 |
|---|---|---|---|
| S | 20 | 15 | x |

A) 25 B) 36 C) 37
D) 30 E) 35

**3** Se reparte una cantidad N en partes directamente proporcionales a $38^3$; $57^2$ y $76^2$. Si a la menor parte le ha tocado 729, halla N.

A) 15 600 B) 11 337 C) 10 000
D) 14 337 E) 13 823

**4** Si A es DP a B, averigua cómo varía A cuando B aumenta en su tercera parte.

A) 3/9 B) 2/9 C) 1/9
D) 5/9 E) 4/9

**5** Se reparte 29 700 DP a todos los números impares de dos cifras. ¿Cuánto le toca a 51?

A) 742 B) 782 C) 600
D) 500 E) 612

**6** Reparte 13 310 en tres partes DP a 2; 1 y 3; IP a 5; 3 y 2; y DP a 3; 4 y 1. Indica la menor de las partes.

A) 3960 B) 3965 C) 4000
D) 3870 E) 4005

**7** Dos ruedas de 48 y 32 dientes engranadas están girando. Si la primera rueda da 200 RPM, ¿cuántas vueltas dará la segunda rueda en 4 minutos?

A) 1100 B) 1200 C) 1300
D) 1400 E) 1500

**8** ¿Cuál es el peso de un diamante que vale 55 000 dólares, si uno de 6 gramos cuesta 19 800 dólares y el precio es proporcional al cuadrado de su peso?

A) 12 B) 12,5 C) 10
D) 13 E) 14

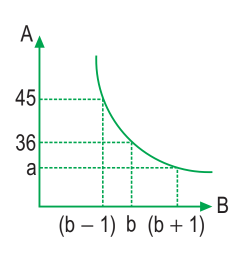
**9** Sabiendo que A es IP a $B^4$ y C es DP a B. Halla A cuando $C = 7$; si cuando $A = 8$; C es igual a 14.

A) 140 B) 128 C) 224
D) 130 E) 300

**10** Se reparte 600 DP a $\sqrt{2a^2}$; $\sqrt{18}$ y $\sqrt{32}$. Si la suma de las dos últimas partes es 420, halla a.

A) 3 B) 4 C) 8
D) 9 E) 16

**11** Si A IP B, halla: $2a + b$




A) 60 B) 61 C) 62
D) 64 E) 65

**12** Al repartir un premio entre tres hermanos de forma que sean DP a los números $2^{n+1}$; $2^n$ y $2^{n-1}$; e IP a $3^n$; $3^{n-1}$ y $3^{n+1}$; se observa que la diferencia entre la mayor parte y la menor es de S/.1734. Calcula el premio repartido.

A) S/.2162 B) S/.1836 C) S/.3162
D) S/.4526 E) S/.2750

**13** Cuatro personas se reparten S/.6300, correspondiéndoles al primero y al segundo en la misma relación que al segundo y al tercero. El cuarto recibió tanto como el segundo. Si el primero recibió S/.420 más que el tercero, ¿en qué relación recibieron el primero y el tercero?

A) $\frac{64}{49}$ B) $\frac{19}{5}$ C) $\frac{25}{9}$ D) $\frac{361}{25}$ E) $\frac{16}{9}$

**14** ¿Qué se concluye de la siguiente tabla?

| A | 36 | 144 | 324 | 9 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| B | 6 | 3 | 2 | 12 | 18 |

A) A IP $B^2$ B) A DP B C) A DP $B^3$
D) A IP $B^3$ E) $A^2$ DP $B^5$

**Claves**

1. A 3. D 5. E 7. B 9. B 11. E 13. A
2. C 4. A 6. A 8. C 10. A 12. C 14. A

# Practiquemos

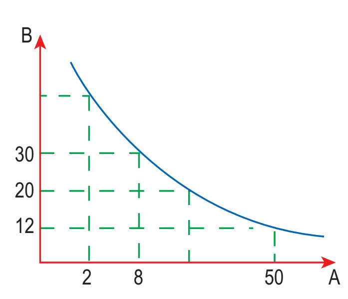


## NIVEL 1

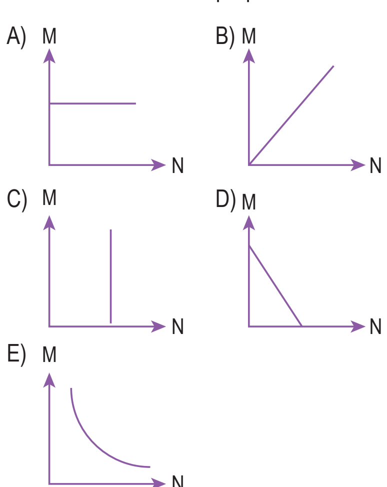
### Comunicación matemática

1. Completa la gráfica con los siguientes datos:

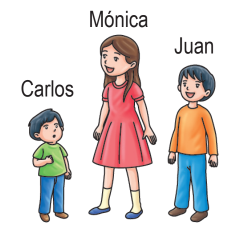
| Magnitud A | 2 | | | 50 |
|---|---|---|---|---|
| Magnitud B | 60 | 30 | 20 | |




2. ¿Cuál de los siguientes gráficos indica una relación inversamente proporcional?




3. Un padre de familia reparte S/.60 entre sus hijos de 9; 4 y 7 años. Si dicho reparto se efectúa proporcionalmente a la edad de sus hijos, los cuales se muestran en la siguiente figura, completa los recuadros.




a) A ☐ le corresponde mayor cantidad de dinero.

b) A ☐ le corresponde menor cantidad de dinero.

c) A Juan le corresponde S/. ☐.

### Razonamiento y demostración

4. Si: A DP B.
Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:
   a) Si cuando A = 2; B = 1, entonces cuando A = 6; B = 4. ☐
   b) Si cuando A = 3; B = 1, entonces cuando A = 9; B = 3. ☐
   c) Si cuando A = 2; B = 4, entonces cuando A = 1; B = 3. ☐

5. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:
   a) Si M DP $\frac{1}{N}$, entonces $M^2$ DP $\frac{1}{N^2}$. ☐
   b) Si A DP $\sqrt[3]{B}$, entonces $A^3$ DP B. ☐
   c) Si A IP M, entonces A DP M. ☐

### Resolución de problemas

6. Siendo la magnitud A DP al cuadrado de la magnitud B, determina a + d, si el siguiente cuadro representa los valores de las magnitudes respectivas.

| A | 27 | 75 | d |
|---|---|---|---|
| B | a | 5 | 4 |

A) 48 B) 51 C) 50
D) 46 E) 54

7. Se tienen 3 magnitudes A, B y C tales que A es DP a C e IP a $\sqrt{B}$. Halla A cuando B = $C^2$. Sabiendo que cuando A = 10, entonces B = 144 y C = 15.

A) 4 B) 8 C) 12
D) 16 E) 15

8. La diferencia de A y B es DP a $C^2$ e IP a D. Cuando A es el triple de B, y C vale 2, entonces D = 8. ¿A cuánto será igual D cuando A sea el doble de B, y C valga 3?

A) 33 B) 32 C) 34
D) 36 E) 49

9. Repartir el número 432 en partes directamente proporcionales a los números 2; 4; 7 y 11. Da como respuesta la mayor de las partes.

A) 36 B) 198 C) 189
D) 72 E) 126

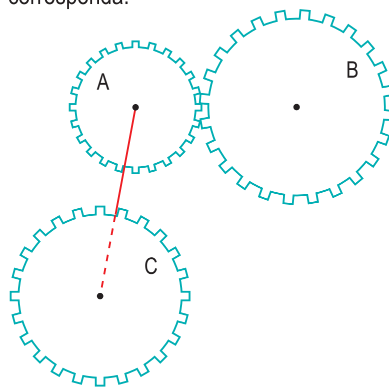
10. Reparte el número 780 en partes inversamente proporcionales a los números 2; 6; 8 y 9. Da como respuesta la menor de las partes.

A) 432 B) 144 C) 96
D) 108 E) 90

## NIVEL 2

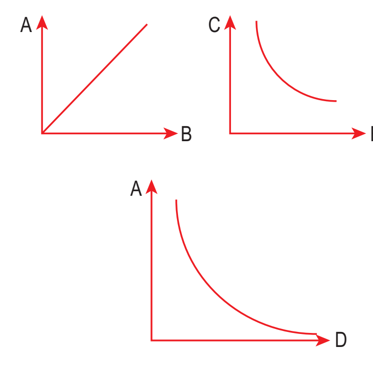
### Comunicación matemática

11. Observa la figura y luego completa los recuadros con los signos >; < o =, según corresponda:




A) n.° de vueltas de A. ☐ n.° de vueltas de B.
B) n.° de vueltas de C. ☐ n.° de vueltas de A.
C) n.° de vueltas de C. ☐ n.° de vueltas de B.

12. Sean las magnitudes A; B; C y D, las cuales se relacionan de acuerdo a las gráficas:




Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:
   a) A es directamente proporcional a C. ☐
   b) B es inversamente proporcional a D. ☐
   c) C es directamente proporcional a B. ☐

## Razonamiento y demostración

**13.** Si: $\sqrt[3]{A}$ IP $\sqrt{B}$.
De las proposiciones:
I. $A^2$ DP $B^6$  II. $\sqrt[6]{A}$ IP $\sqrt[4]{B}$  III. $A^2$ DP $\frac{1}{B^3}$
Son verdaderas:

A) Solo I  B) I y II  C) I y III
D) II y III  E) Todas

**14.** Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

a) Si M DP $\sqrt{N}$, entonces $(M+\sqrt{N})$ DP $\sqrt{N}$. ( )

b) Si $M^3$ IP $\frac{1}{N^3}$, entonces $(M^2 - MN + N^2)$ DP $\frac{N^3}{M+N}$. ( )

c) Si $\frac{1}{M}$ IP N, entonces $(M+N)$ IP $\frac{1}{M-N}$. ( )

## Resolución de problemas

**15.** A es DP a B e IP a $\sqrt{C}$. Si en un determinado momento A vale 720, ¿qué valor tomará A, si B aumenta en un 80% y C disminuye en un 36%?

A) 5000  B) 1620  C) 3000  D) 200  E) 170

**16.** Se sabe que A es DP a B, cuando C es constante y A es DP a C cuando B es constante. Encuentra el valor de A para C = 18 y B = 32; sabiendo que cuando B = 24 y C = 16 el valor de A es 25.

A) 37,5  B) 37,3  C) 37  D) 36  E) 38

**17.** Una magnitud A es DP a B y también a C, e inversamente proporcional a $D^2$. ¿Qué variación experimenta A cuando B se duplica, C aumenta en su doble y D se reduce a su mitad?

A) Aumenta 16 veces su valor.
B) Aumenta 15 veces su valor.
C) Aumenta 24 veces su valor.
D) Aumenta 23 veces su valor.
E) Aumenta 8 veces su valor.

**18.** Sabiendo que la magnitud A es IP al cuadrado de B y a la raíz cuadrada de C, y DP a $D^3$. Sabiendo que cuando A = B = C = D = 4. Determina C cuando A = 6B y D = 3B.

A) 64  B) 72  C) 81  D) 90  E) 100

**19.** Si A es DP $B^2$ y C es IP a B, entonces ¿cómo se relaciona A con C?

A) A DP $\frac{1}{C^2}$  B) A DP C  C) C IP $\frac{1}{A}$
D) $A^2$ IP $C^2$  E) C IP A

**20.** Al repartir una cantidad en forma DP a 3A; 0,2A y 0,7A, se obtiene que la menor de las partes es 64. Halla la cantidad repartida.

A) 1250  B) 1100  C) 1200
D) 1300  E) 1248

# NIVEL 3

## Comunicación matemática

**21.** En la figura se muestra una bicicleta y sus partes. Si sus ruedas, tanto la rueda trasera como delantera, son de igual tamaño; completa los recuadros con los signos >; < o =, según corresponda:



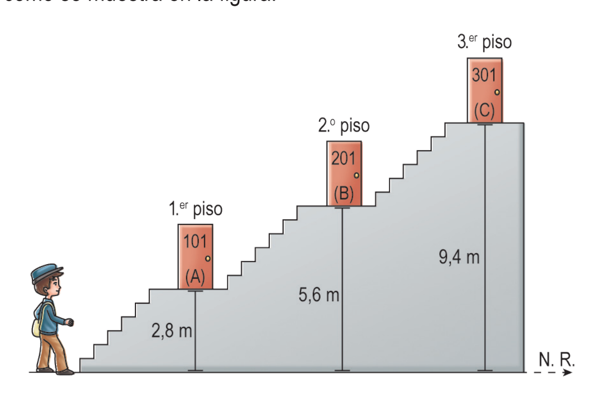

a) n.° de vueltas del piñón. ( ) n.° de vueltas de la rueda trasera.

b) n.° de vueltas de la rueda delantera. ( ) n.° de vueltas del plato.

c) n.° de vueltas de la rueda trasera. ( ) n.° de vueltas de la rueda delantera.

d) n.° de vueltas del piñón. ( ) n.° de vueltas del plato.

**22.** La energía potencial gravitatoria de un cuerpo ($E_{PG}$) con respecto al piso; es directamente proporcional a su masa y a la altura en que se encuentra.
Un cartero se encuentra subiendo la escalera de un edificio tal como se muestra en la figura:




Completa los recuadros con los signos >; < o =, según corresponda:

a) $E_{PG_A}$ ( ) $E_{PG_B}$
b) $E_{PG_C}$ ( ) $E_{PG_A}$
c) $E_{PG_B}$ ( ) $E_{PG_C}$

## Razonamiento y demostración

**23.** Se desea repartir una cantidad $P \in \mathbb{Z}^+$ directamente proporcional a $x_1$; $x_2$; $x_3$; ...; $x_n$; e inversamente proporcional a $y_1$; $y_2$; $y_3$; ...; $y_n$, respectivamente.

Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

A) Si $x_i = i$ e $y_i = 2^i$ donde $i \in [0; n]$; entonces a la mayor parte le corresponde $\dfrac{2^{n-1}P}{4(2^{n-1}-1)+n}$. ( )

B) Si $x_1 = x$, $x \in \langle 1, 2\rangle$, $n = 22$, $x_{i+1} + x_i = 2$ e $y_i = m^i$, donde $i \in [1, n]$ y $m > 1$, entonces a la menor parte le corresponde $\dfrac{x(m^2-1)P}{(m^{22}-1)(xm-x+2)}$. ( )

C) Si $\sum_{i=1}^{n} x_i\ y_i^{-1} = n$ y $x_{13}y_i \geq y_{13}x_i$, $\forall\ i \in [1; n]$, entonces a la mayor parte le corresponde $\dfrac{x_{13}P}{y_{13}n}$. ( )

**24.** Si una cantidad $N \in \mathbb{Z}^+$ se reparte en forma inversamente proporcional a $m < n < p$; de las proposiciones:

I. Si m, n y p son números PESÍ dos a dos, entonces las partes son proporcionales a np, mp y mn.

II. Si m, n y p son números primos, entonces a la mayor parte le corresponde $\dfrac{mN}{m+n+p}$.

III. Si m, n y p son números primos tales que $p < \dfrac{58}{3}$ y $n = \dfrac{m+p}{5}$, entonces a la menor parte le corresponde $\dfrac{5N}{71}$.

Son verdaderas:

A) Solo I  B) Solo II  C) I y II
D) II y III  E) Todas

## Resolución de problemas

**25.** Se sabe que el precio de un diamante es proporcional al cuadrado de su peso. Un diamante de S/.2100 se rompe en 4 pedazos tales que el peso del 1.° es 1/2 del 2.°, el peso del 2.° es 2/3 del 3.° y el peso del 3.° es 3/4 del 4.°. ¿Cuánto se perdió?

A) S/.1400  B) S/.1470  C) S/.1540
D) S/.1610  E) S/.1330

**26.** Dos cilindros tienen el mismo diámetro y el mismo peso, pero sus densidades son 15,6 y 0,96. Calcula la altura h del segundo cilindro, si la del primero, con mayor densidad es 20 cm.

A) 280 cm  B) 246 cm  C) 230 cm
D) 325 cm  E) 360 cm

**27.** El precio de un libro es inversamente proporcional al número de ejemplares editados y directamente proporcional al dinero invertido en la publicidad. Si el precio de un libro es 30 soles y se han editado 400 libros, invirtiéndose S/.6000 en publicidad, ¿cuál será el precio de otro libro si se han editado 500 libros y se invirtió S/.8000 en publicidad?

A) S/.35  B) S/.36  C) S/.37
D) S/.32  E) S/.40

**28.** Se tienen 2 magnitudes A y B en el siguiente cuadro. Halla x.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 2 | 3 | 4 | 6 | 12 |
| B | 72 | 32 | 18 | 8 | x |

A) 0  B) 1  C) 2  D) 3  E) 4

**29.** Si:

| | | |
|---|---|---|
| A | 1 | 9 |
| B | 6 | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| B | 2 | 32 |
| C | 3 | 6 |

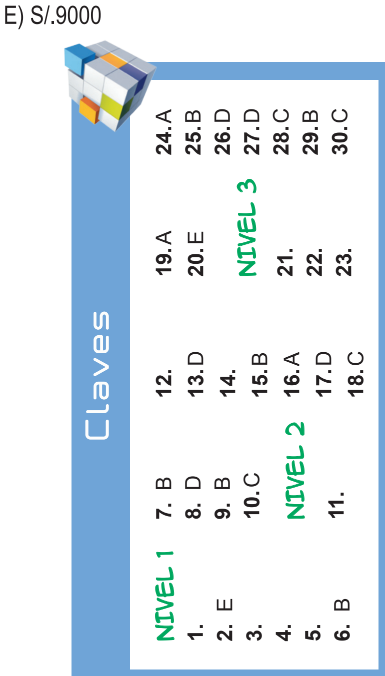
| | | |
|---|---|---|
| A | 4 | 16 |
| B | 12 | x |
| C | 1 | 2 |

Halla el valor de x.

A) 24  B) 96  C) 32  D) 48  E) 64

**30.** Tres obreros se reparten una gratificación en partes DP a sus años de servicio que son 9; 11 y 16. No pareciéndoles justo el reparto, acuerdan que sea en partes iguales, razón por la cual el tercero entrega S/.1200 al segundo, y este una cierta cantidad al primero. ¿Cuál fue el importe de la gratificación?

A) S/.10 000  B) S/.12 000  C) S/.10 800
D) S/.15 000  E) S/.9000



# Aplicamos lo aprendido



## TEMA 4: REGLA DE TRES

**1** Se sabe que h hombres tienen víveres para d días. Si estos víveres deben alcanzar para 4d días, ¿cuántos hombres deben retirarse?

A) h/3 B) h/4 C) 2h/5
D) 3h/5 E) 3h/4

**2** Un tanque de petróleo tiene 5 salidas de igual diámetro. Abiertas tres de ellas, el depósito se vacía en 5 horas y 20 minutos; abiertas las cinco en qué tiempo se vaciaría.

A) 3 h B) 3 h 12 min C) 3 h 30 min
D) 2 h 20 min E) 3 h 24 min

**3** Una persona pensó hacer una obra en 15 días; pero tardó 10 días más por trabajar 2 horas menos al día. ¿Cuántas horas trabajó al día?

A) 4 B) 6 C) 5
D) 2 E) 3

**4** Para hacer 600 m de una obra, 30 obreros han trabajado 12 días a razón de 10 horas diarias. ¿Cuántos días de 6 horas necesitarán 36 obreros de igual rendimiento para hacer 900 m de la misma obra?

A) 25 días B) 24 días C) 20 días
D) 30 días E) 50 días

**5** Un obrero demora 8 horas para construir un cubo compacto de 4 cm de arista. Después de 100 horas de trabajo, ¿qué volumen habrá hecho?

A) 600 $cm^3$ B) 800 $cm^3$ C) 1000 $cm^3$
D) 400 $cm^3$ E) 680 $cm^3$

**6** Veinticuatro obreros pueden hacer una excavación en 60 días. Luego de 20 días se les unieron 8 obreros más. ¿En qué tiempo se hizo toda la excavación?

A) 40 días B) 42 días C) 50 días
D) 52 días E) 45 días

**7** Un tren tarda 6 horas en recorrer los 2/3 de una vía, marchando a 70 km/h. Si el tren llevará una velocidad de 30 km/h, ¿cuánto tardaría en recorrer los 3/5 de la vía?

A) 12 h 15 min B) 10 h 15 min
C) 18 h 15 min D) 12 h 36 min
E) 15 h 18 min

**8** 10 obreros pueden hacer una obra en 8 días. Si fueran 2 obreros menos, ¿en cuántos días podrían hacer una obra de doble dificultad que la primera?

A) 10 días B) 12 días C) 16 días
D) 20 días E) 30 diás

**9** Quince obreros han hecho la mitad de un trabajo en veinte días. En ese momento abandonan el trabajo 5 obreros. ¿Cuántos días tardarán en terminar el trabajo los obreros que quedan?

A) 24 B) 26 C) 28
D) 30 E) 32

**10** En 24 horas 15 obreros han hecho 1/4 de una obra. ¿Cuántas horas empleará otra cuadrilla de 30 hombres doblemente hábiles para terminar la obra?

A) 10 horas B) 12 horas C) 14 horas
D) 16 horas E) 18 horas

**11** Ocho agricultores trabajando 10 h/d durante 5 días pueden arar un terreno cuadrado de 400 m de lado. ¿Cuántos agricultores de doble rendimiento serán necesarios para que en 6 días de 8 h/d aren otro terreno de 480 m de lado?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

**12** Una fábrica posee 16 máquinas cuyo rendimiento es como 90 y produce 4800 envases en 6 días trabajando 10 horas diarias. Si se desea producir 1200 envases en 8 días trabajando 9 horas diarias, ¿cuántas máquinas cuyo rendimiento es como 60 se requieren?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

**13** Si 6 leñadores pueden talar 8 árboles en 8 días, ¿en cuántos días talarán 16 leñadores 16 árboles si estos últimos son 1/4 menos eficientes que los anteriores?

A) 10 días B) 8 días C) 9 días
D) 12 días E) 16 días

**14** Si 20 obreros se demoran 15 días de 7 horas diarias de trabajo en sembrar 50 $m^2$ de terreno, ¿cuántos días de 8 horas diarias de trabajo se demorarán en sembrar 80 $m^2$, 15 obreros doblemente eficientes?

A) 13 B) 14 C) 15
D) 20 E) 17

**Claves**

1. E 3. E 5. B 7. D 9. D 11. A 13. B
2. B 4. A 6. C 8. D 10. E 12. A 14. B

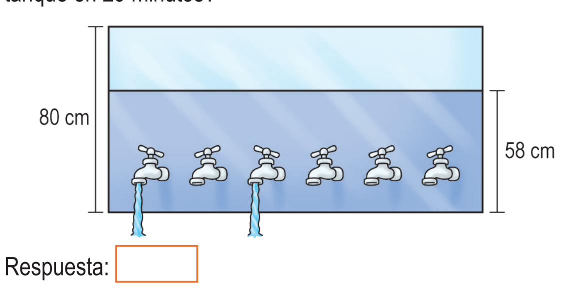
# Practiquemos



## NIVEL 1

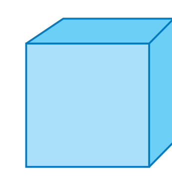
### Comunicación matemática

1. En la figura se muestra un tanque que inicialmente se encontraba lleno. Si hasta el instante mostrado han transcurrido 33 minutos, ¿cuántos grifos deberán abrirse para terminar de vaciar el tanque en 29 minutos?

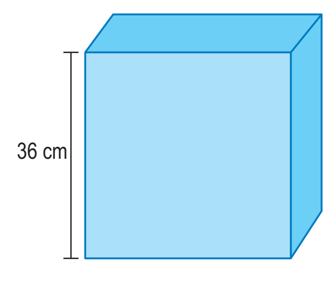



Respuesta:

2. Lucía cobra S/.18 por pintar un cubo como se muestra en la imagen:

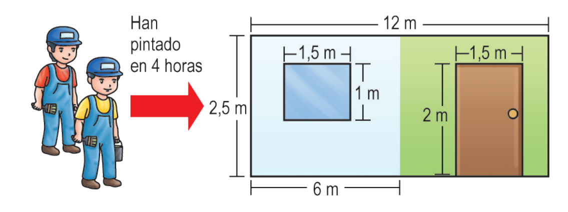



Cuánto cobrará por pintar un cubo con las siguientes dimensiones:




Respuesta:

3. Si:




Si se quiere terminar de pintar el resto de la fachada en una hora, ¿cuántos pintores de igual eficiencia se deberán contratar?

Respuesta:

### Razonamiento y demostración

4. 18 gatos comen 90 ratones en 150 segundos.
Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:
a) En 50 segundos 30 gatos comen 45 ratones.
b) 27 gatos pueden comer 45 ratones en 60 segundos.
c) En 50 segundos 45 gatos comen 70 ratones.

5. Se piensa construir una pared en 20 días con 15 obreros. Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:
a) Para culminar la obra 5 días antes, se deben contratar 8 obreros más.
b) Para culminar la obra 8 días antes, se deben contratar 10 obreros más.
c) Para culminar la pared en 6 días, es necesario contratar, 35 obreros más.

### Resolución de problemas

6. Por la compra de una docena de huevos me regalan uno, ¿cuántas docenas compré si al final obtuve 286 huevos?

A) 18 B) 20 C) 22 D) 26 E) 16

7. Yisela pintó las caras de un cubo en 40 minutos. Si ahora está pintando otro cuyo lado en cada cara es el triple del anterior, ¿a qué hora terminará si empezó a las 9:40 a. m.?

A) 3:20 p. m. B) 12:40 p. m. C) 11:00 p. m.
D) 2:40 p. m. E) 3:40 p. m.

8. Paolo es el triple de rápido que Juan y juntos realizan una obra en doce días. Si la obra la hiciera solamente Paolo, ¿cuántos días demoraría?

A) 20 B) 16 C) 18 D) 14 E) 48

9. Se sabe que 64 obreros de una fábrica de zapatos pueden confeccionar un total de 240 pares de zapatos durante 60 días a razón de 6 horas diarias. ¿Cuántos días necesitarán 128 operarios de triple rendimiento para confeccionar 360 pares de zapatos a razón de 12 horas diarias?

A) 7 1/2 días B) 22 1/2 días C) 21 1/2 días
D) 23 días E) 23 1/2 días

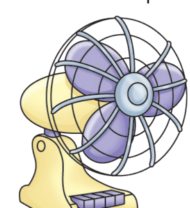
10. Un barco tiene víveres para 45 días, pero al inicio de la travesía se suman 3 personas más y por ello los víveres solo alcanzan para 40 días. ¿Cuántas personas habían inicialmente en el barco?

A) 21 B) 27 C) 18
D) 25 E) 24

## NIVEL 2

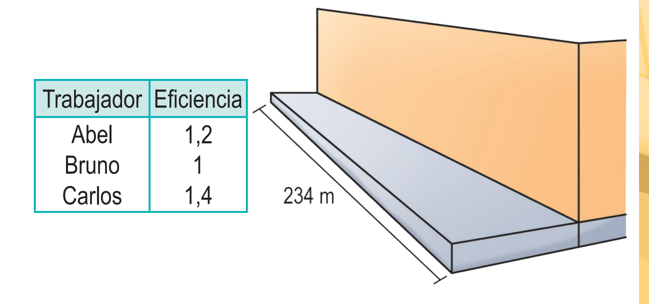
### Comunicación matemática

11. En la figura se muestra un ventilador girando a velocidad angular constante. Completa el cuadro.



| Tiempo (segundos) | n.° de vueltas |
|---|---|
| 5 | 20 |
| 3 | |

**12.** En la imagen se muestra el avance de una acera de tres trabajadores: Abel, Bruno y Carlos; en 28 horas.




| Trabajador | Eficiencia |
|---|---|
| Abel | 1,2 |
| Bruno | 1 |
| Carlos | 1,4 |

Responde:

a) En 42 horas, ¿cuántos metros avanza Abel trabajando solo?

b) ¿En cuánto tiempo terminará la acera Carlos trabajando solo?

## Razonamiento y demostración

**13.** Un grupo de artesanos tejen 60 chompas en cierto número de días. ¿Cuántos artesanos se deben contratar para tejer 64 chompas en un determinado número de días?

Información brindada:

I. 15 artesanos tejen las 60 chompas en 25 días.

II. Las 64 chompas se deben tejer en 10 días.

Para resolver el problema:

A) La información I es suficiente.

B) La información II es suficiente.

C) Es necesario utilizar ambas informaciones.

D) Cada una de las informaciones por separado es suficiente.

E) Faltan datos.

**14.** n pintores pueden pintar un círculo de 6 m de radio. Halla n.
Información brindada:

I. $n + 7$ pintores pintan un círculo de 8 m de radio.

II. 4n pintores pintan un círculo de 1200 cm de radio.

Para resolver el problema:

A) La información I es suficiente.

B) La información II es suficiente.

C) Es necesario utilizar ambas informaciones.

D) Cada una de las informaciones por separada es suficiente.

E) Las informaciones dadas son insuficientes.

## Resolución de problemas

**15.** Doce obreros pueden hacer una obra en 28 días. Si 8 de estos obreros son reemplazados por 8 que rinden 60% más, ¿en cuánto tiempo se hará la misma obra?

A) 20 días B) 14 días C) 15 días
D) 17 días E) 16 días

**16.** Si una tubería de 12 cm de radio arroja 360 litros por minuto, ¿qué tiempo se empleará para llenar un depósito de 192 $m^3$ con otra tubería de 16 cm de radio?

A) 400 min B) 360 min C) 300 min
D) 948 min E) Más de 400 min

**17.** Para techar un área de $(12 \times 15)$ $m^2$ he gastado S/.18 000 en diciembre. ¿Cuánto gastaría ahora en techar una casa de $(13 \times 18)$ $m^2$, si los precios han subido en un 35% con respecto al mes de diciembre?

A) S/.28 450 B) S/.31 590 C) S/.31 600
D) S/.42 500 E) S/.24 670

**18.** La cantidad de gasolina que tiene un auto al partir es igual a 5/8 de la capacidad del tanque. Si después de recorrer 15 km le quedan 7/12 del tanque, ¿cuántos kilómetros puede recorrer con el tanque lleno?

A) 360 km B) 348 km C) 368 km
D) 372 km E) 396 km

**19.** Una guarnición de 1800 soldados tienen víveres para 60 días. Si al terminar el día 37 mueren 650 soldados, ¿cuántos días más de lo previsto alcanzarán los víveres?

A) 10 días B) 11 días C) 12 días
D) 13 días E) 14 días

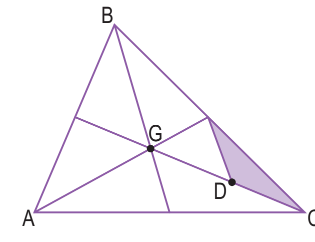
**20.** Se emplearon 10 hombres durante 15 días trabajando 4 horas diarias para cavar una zanja de 10 m de largo, 6 m de ancho y 4 m de profundidad. ¿Cuántos días necesitarán 6 hombres trabajando 3 horas diarias para cavar otra zanja de 15 m de largo, 3 m de ancho y 8 m de profundidad en un terreno del doble dificultad que el primero?

A) 40 B) 50 C) 100
D) 110 E) 120

# NIVEL 3

## Comunicación matemática

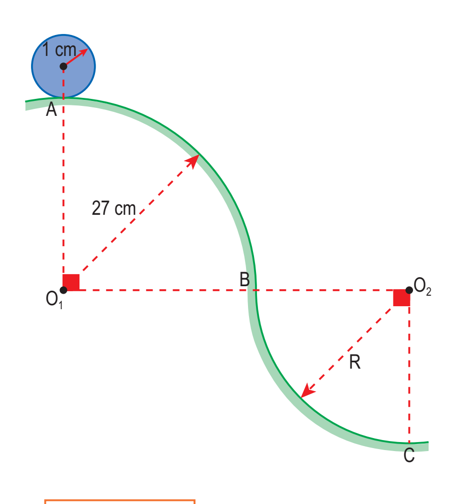
**21.** Si Raúl tarda 15 minutos en pintar la región sombreada del mural que se muestra en la figura, ¿cuánto tiempo se demorará en pintar todo el mural?




G: baricentro
D: punto medio de $\overline{GC}$

Respuesta:

**22.** Una rueda pequeña se desplaza sin resbalar sobre una pista desde A hasta C. Si desde el instante mostrado hasta que el centro de dicha rueda se ubique en $\overline{O_1O_2}$, da 7 vueltas, ¿qué longitud debe recorrer el centro de la rueda para que esta dé 4 vueltas desde B hasta C?




Respuesta: ______

## Razonamiento y demostración

**23.** Una cuadrilla de x obreros es contratada para construir una obra en y días. Si al cabo de z días se decide terminar la obra 10 días antes, ¿cuántos obreros deben contratarse? (valor numérico)

Información brindada:

I. $y - 4z \in \mathbb{N} - \mathbb{Z}^+ \ \wedge \ \{y, z\} \subset \mathbb{Z}^+$

II. z toma su menor valor entero.

Para resolver el problema:

A) La información I es suficiente.
B) La información II es suficiente.
C) Es necesario utilizar ambas informaciones.
D) Cada una de las informaciones por separada es suficiente.
E) Las informaciones dadas son insuficientes.

**24.** Si se requieren de $\overline{ab}$ obreros para levantar 128 columnas en 15 días, ¿cuántos obreros se requiere para levantar 60 columnas en 10 días?

Información brindada:

I. $CD[C.A.(\overline{ab})] = 9$

II. $MCD(\overline{ab}; 140) = 4 \wedge a = b + 2$

Para resolver el problema:

A) La información I es suficiente.
B) La información II es suficiente.
C) Ambos datos son necesarios.
D) Cada uno de los datos por separado es suficiente.
E) Ambas informaciones son insuficientes.

## Resolución de problemas

**25.** Un reloj da 4 campanadas en 4 minutos. ¿Cuántas campanadas dará en 5 horas?

A) 300 B) 175 C) 225
D) 176 E) 226

**26.** 15 máquinas pueden hacer un trabajo en 24 días. ¿Cuántas máquinas adicionales cuya eficiencia es el 60% de las anteriores se necesitarán para hacer un trabajo que es el 80% mayor en el mismo tiempo?

A) 20 B) 25 C) 30 D) 40 E) 35

**27.** Una enfermera proporciona a un paciente una tableta cada 45 minutos. ¿Cuántas tabletas necesitará para 9 horas de turno si debe administrar una al inicio y al término del mismo?

A) 12 B) 10 C) 14 D) 13 E) 11

**28.** Marco es 20% más eficiente que Jorge y Jennifer es 20% más eficiente que Marco. Si Jorge se demora 66 días en hacer un trabajo, ¿en cuántos días lo harán Marco y Jennifer trabajando juntos?

A) 10 días B) 20 días C) 25 días
D) 30 días E) 35 días

**29.** Catorce obreros deben construir una vía férrea en 18 días, pero al cabo de 4 días se incorporan 6 obreros con un rendimiento de 50% menos que los anteriores. Si se quiere terminar la obra en 3 días antes de lo fijado. ¿A los cuántos días de haber ingresado los 6 obreros deben elevar su rendimiento al 100% para terminar la obra?

A) 3 días B) 4 días C) 5 días
D) 8 días E) 16 días

**30.** 30 obreros excavan una zanja de 6 m de largo, 5 m de ancho y 2 m de profundidad, con un rendimiento tal como 5, una actividad tal como 2 y en un terreno de resistencia tal como 5. ¿Cuántos obreros se necesitarán para hacer una zanja del mismo ancho, doble de largo y de la mitad de profundidad, con un rendimiento tal como 3, una actividad tal como 4 y un terreno de resistencia tal como 2?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16



# MARATÓN Matemática

- Si:

  $A = \overline{x2yz5}$ es un cubo perfecto tal que $x + y = 12$.

  $B = \overline{(a+1)ab(a+1)a}$ es un cuadrado perfecto tal que $\sqrt{B} = \overline{(b+1)(a+1)a}$.

  Halla la media diferencial de $\sqrt[3]{A}$ y $\left(\sqrt{B} - 257\right)$.

**Resolución:**

Del enunciado, A es un cubo perfecto, además es $\overset{\circ}{5}$, entonces:

$A = \overset{\circ}{5}{}^3 = 125p^3, p \in \mathbb{Z}^+$.

Luego; como z puede ser 2 ó 7, se tiene:

$A_{mín.} = 12\,025$ y $A_{máx.} = 92\,975$

Entonces:

$$12\,025 \leq A \leq 92\,975$$
$$12\,025 \leq (5p)^3 \leq 92\,975$$
$$22{,}91 \leq 5p \leq 45{,}3$$
$$4{,}6 \leq p \leq 9{,}06$$
$$\Rightarrow p \in \{5; 6; 7; 8; 9\}$$

Para $p = 7$ se cumple $x + y = 12$, entonces: $A = 42\,875$

Del enunciado: $\overline{(a+1)ab(a+1)a} = \overline{(b+1)(a+1)a}^2$

Se observa que: a: ~~0~~; 1; ~~2~~; ~~3~~; ~~4~~; ~~5~~; 6; ~~7~~; ~~8~~ (1 ó 6)

Luego:

$$\overline{(a+1)ab(a+1)a} = \overline{(b+1)(a+1)a}^2$$
$$\overline{(a+1)a000} + \overline{b(a+1)a} = \overline{(b+1)(a+1)a}^2$$
$$\overline{(a+1)(a-1)900} + \overline{(b+1)(a+1)a} = \overline{(b+1)(a+1)a}^2$$
$$\overline{(a+1)(a-1)900} = \overline{(b+1)(a+1)a}^2 - \overline{(b+1)(a+1)a}$$
$$\overline{(a+1)(a-1)900} = \overline{(b+1)(a+1)a}\left[\overline{(b+1)(a+1)a} - 1\right]$$

Si $a = 1$, se tiene: $20\,900 = \overline{(b+1)21} \times \overline{(b+1)20} = ... 20$ ×

Entonces $a = 6$, luego: $\overline{76b76} = \overline{(b+1)76}^2$

Hallamos el valor de b:

$$\sqrt{\overline{76b76}} \;\; \underset{\uparrow (b+1)}{2} \Rightarrow b = 1$$

Luego: $B = 76\,176$

Nos piden:

$$\frac{\sqrt[3]{A} + \left(\sqrt{B} - 257\right)}{2} = \frac{35 + 19}{2} = 27$$

**1.** En una fiesta, por cada 5 varones hay 4 mujeres y por cada 6 personas que están bailando una no baila. ¿En qué relación están los varones y mujeres que no bailan?

A) 10 a 1　B) 8 a 1　C) 4 a 3
D) 5 a 2　E) 10 a 3

**2.** En una urna se tienen 400 bolas, de las cuales 160 son blancas y las restantes negras. ¿Cuántas blancas se deben añadir para que por cada dos negras hayan tres bolas blancas?

A) 200　B) 100　C) 0
D) 240　E) 120

**3.** Las velocidades de dos personas están en la relación de 12 a 7. Si están separadas 570 m y va una al encuentro de la otra. ¿Cuánto recorre cada una hasta el momento de encontrarse?

A) 240 y 330 m　B) 260 y 310 m　C) 360 y 210 m
D) 300 y 270 m　E) 480 y 110 m

**4.** ¿Cuántos números de tres cifras de la base 5 son cuadrados perfectos?

A) 4　B) 5　C) 6　D) 7　E) 8

**5.** Calcula la suma de valores de a, si $\overline{ab5}$ es un cuadrado perfecto.

A) 4　B) 5　C) 7　D) 8　E) 10

**6.** En una raíz cuadrada inexacta, al residuo por exceso le faltan 19 unidades para ser igual al residuo por defecto y a este le faltan 20 unidades para ser máximo. Halla el radicando.

A) 879　B) 1003　C) 940
D) 920　E) 970

**7.** Reparte S/.390 en forma DP a 2 y 4; y a la vez IP a 2 y 1/3 .Indica la parte mayor.

A) S/.290　B) S/.30　C) S/.390
D) S/.130　E) S/.360

**8.** Reparte S/.900 en forma DP a 2; 4; 6; ... ; 18. Da como respuesta la parte mayor.

A) S/.30　B) S/.60　C) S/.90
D) S/.120　E) S/.180

**9.** Se tienen 2 ruedas engranadas A y B que tienen 30 y 50 dientes, respectivamente, a la vez que B está unida mediante un eje con otra rueda C. Si esta última gira 27 vueltas, ¿cuántas vueltas da la rueda A?

A) 27　B) 36　C) 40
D) 45　E) 54

**10.** Un obrero demora 8 horas para construir un cubo compacto de 5 dm de arista. Después de 108 horas de trabajo, ¿qué parte de un cubo de 15 dm de arista habrá construido?

A) $\frac{1}{4}$　B) $\frac{1}{3}$　C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{8}$　E) $\frac{1}{5}$

**11.** El número de tubos circulares con un diámetro interior de 3 cm que transportan el mismo caudal de agua que un tubo de 9 cm de diámetro interior, es:

A) 3　B) 6　C) 12　D) 9　E) 10

**12.** Un reservorio cilíndrico de 8 m de radio y 12 m de altura, abastece a 75 personas durante 20 días. ¿Cuál deberá ser el radio (en m) del recipiente de 6 m de altura que abastecería a 50 personas durante 60 días?

A) 8　B) 16　C) 18
D) 24　E) 28


Aritmética
Aritmética
Aritmética
Unidad 4
Aritmética
Aritmética

# RECUERDA

## Karl Friedrich Gauss

Brunswick (Alemania) 1777-Gotinga 1855.
Matemático, físico y astrónomo alemán.
Gauss es el más grande matemático del siglo XIX y probablemente, junto con Arquímedes y Newton, uno de los tres más grandes matemáticos de todos los tiempos.
Nació en el seno de una familia obrera. Fue un niño prodigio y desde muy pequeño mostró una asombrosa habilidad para el cálculo. Cuando tenía quince años, el duque de Brunswick se fijó en él, convirtiéndose en su protector, y quien, tres años más tarde lo ayudó a ingresar a la universidad en Göttingen, donde cursó estudios de matemáticas.
El 30 de marzo de 1796 comenzó un diario en el que aparecían las instrucciones para construir un polígono regular cuyo número de lados no fuese múltiplo de 2; 3 ó 5. El diario, que contiene 146 enunciados de resultados en tan solo 19 páginas, es uno de los documentos más importantes en la historia de las matemáticas.
A la edad de veinte años, ya en la universidad de Helmstädt, escribió su ahora famosa disertación doctoral. En ella, dio la primera demostración rigurosa del **teorema fundamental del álgebra**, según el cual todo polinomio de grado **n** tiene exactamente **n** raíces. Muchos matemáticos, entre ellos Euler, Newton y Lagrange, habían intentado antes demostrar este resultado.
Realizó brillantes trabajos en astronomía y electricidad, pero las obras realmente asombrosas de Gauss son las que desarrolló en el terreno del álgebra y de la geometría.
En 1811 descubrió un resultado que permitió a Cauchy desarrollar la **teoría de variable compleja**. Otras grandes aportaciones son su famoso **método de eliminación para resolver sistemas de ecuaciones** y la **cuadratura gaussiana**, técnica de integración numérica.
Su espíritu matemático no dejó de acosar a los matemáticos del siglo XIX. A menudo resultaba que un nuevo resultado importante ya había sido descubierto por Gauss, pudiendo verse en sus notas inéditas.
Catedrático de matemáticas en Göttingen desde 1807 hasta su muerte, fue honrado poco después con una medalla en la que estaba escrito "George V, Rey de Hannover, al **príncipe de los matemáticos**".

### Reflexiona

- *Si no hay confianza o hay muy poca, faltarán bases para el éxito permanente.*
  *¡Los seres humanos somos todo aquello que nuestra mente alberga!*

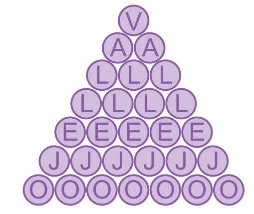
- *En las manos de todo individuo está depositado un maravilloso poder para hacer el bien o el mal.*
  *Si queremos ayudar a los demás a ser y a comportarse de manera diferente, tenemos que ayudarlos a pensar diferente.*

- *Vemos el mundo no como es, sino como somos nosotros o como se nos ha condicionado para que lo veamos.*

### ¡Razona...!

¿De cuántas maneras diferentes se puede formar la palabra "VALLEJO", uniendo círculos contiguos?

A) 68
B) 48
C) 60
D) 64
E) 72



# Aplicamos lo aprendido



## TEMA 1: TANTO POR CIENTO

**1** Calcula el 24% de 500 más el 8% de 800.

A) 178 B) 194 C) 164
D) 214 E) 184

**2** Si el x% de 36 000 es 16 200, halla x.

A) 35 B) 45 C) 25
D) 20 E) 90

**3** Si el 25% de 8x es 80, halla x.

A) 60 B) 50 C) 20
D) 30 E) 40

**4** Si el precio de costo de una plancha es S/.40, ¿a qué precio se debe vender la plancha si se desea ganar el 30% de su precio de costo?

A) S/.48 B) S/.50 C) S/.52
D) S/.54 E) S/.56

**5** El 30% del 120% del 50% de un número es equivalente al 40% del 25% de otro número. Si los números suman 1400, calcula el mayor.

A) 1200 B) 1100 C) 1000
D) 900 E) 850

**6** Se vende un carro en S/.7200. Si el precio de costo representa la suma del 125% de la ganancia más el 60% del precio de venta, ¿cuál es la ganancia, en soles?

A) 1280 B) 1290 C) 1300
D) 1310 E) 1320

**7** Lucía ofrece un artículo con una rebaja del 10%, pero ella aún gana el 20%. Calcula el precio de venta si el precio fijado y el precio de costo se diferencian en S/.675.

A) S/.2430  B) S/.2490  C) S/.3240
D) S/.3420  E) S/.2370

**8** ¿A cuánto se debe vender un artículo si se ofrece a S/.580 y se quiere obtener una ganancia de S/.80 habiendo realizado un descuento del 25% sobre el precio del costo?

A) S/.500  B) S/.460  C) S/.400
D) S/.480  E) S/.450

**9** En una reunión hay 100 personas de las cuales 70% son mujeres. ¿Cuántas parejas deben llegar a la reunión para que el número de hombres sea el 60% de las mujeres?

A) 18  B) 20  C) 25
D) 28  E) 30

**10** Al venderse un ipod se gana el 20% del precio de venta. ¿Qué porcentaje del precio de costo se está ganando?

A) 20%  B) 25%  C) 30%
D) 40%  E) 45%

**11** Se han vendido 2 corbatas a S/.72 cada una, en una gana el 20% y en la otra pierde el 20%. ¿Ganó o perdió?¿Cuánto?

A) Ganó S/.6  B) Ganó S/.8
C) Ganó S/.12  D) Perdió S/.6
E) Perdió S/.12

**12** Para fijar el precio de un artículo un comerciante aumentó su costo en un 60%, pero al venderlo hizo al cliente dos descuentos sucesivos del 25% más el 25%. ¿Qué porcentaje del costo resultó ganando o perdiendo?

A) Ganó el 10%  B) Ganó el 20%
C) Perdió el 10%  D) Perdió el 20%
E) No ganó ni perdió

**13** Se vende un artículo recargándose el a% del precio de costo, pero al momento de comprarlo rebajaron el b%. Halla el valor de b, si no se ganó ni perdió.

A) $\frac{100a}{a+100}$  B) $\frac{100}{10a+100}$
C) $\frac{10}{100-a}$  D) $\frac{110a}{a+100}$
E) $\frac{200a}{a+100}$

**14** Javier tostó el 60% de la cantidad de café crudo que dispone, dándose cuenta de que en este proceso pierde el 25%. ¿Qué tanto por ciento del café sin tostarse representa lo que se perdió al tostarse?

A) 60,5%  B) 37,5%  C) 61,5%
D) 63,5%  E) 64,5%

**Claves**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. E | 3. E | 5. D | 7. A | 9. E | 11. D | 13. A |
| 2. B | 4. C | 6. A | 8. D | 10. B | 12. C | 14. B |

# Practiquemos

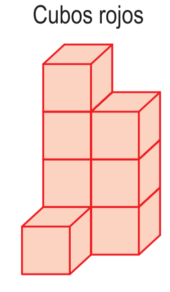


## NIVEL 1

### Comunicación matemática

**1.** En la figura se muestra cierta cantidad de cubos de igual dimensión y de diferentes colores.

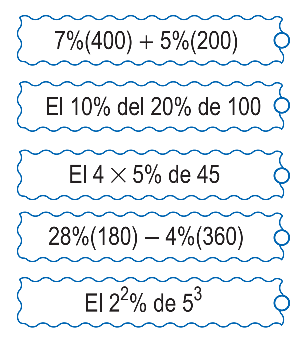
Cubos blancos      Cubos rojos

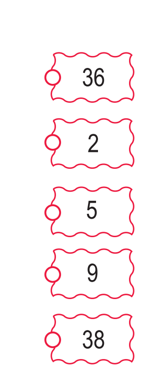


¿Cuántos cubitos de color blanco deben adicionarse a los que se tienen en total (entre blancos y rojos) para formar un cubo compacto cuyo volumen represente el 800% del volumen del sólido formado por los cubos de color rojo?

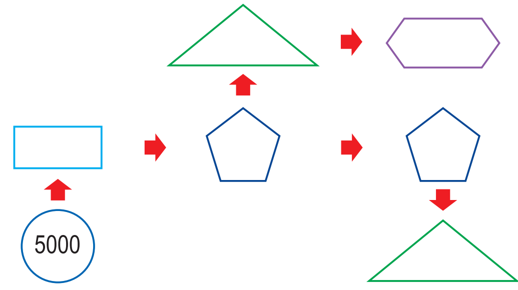
Respuesta:

**2.** Relaciona:




**3.** Completa el esquema, si dentro de cada polígono se escribe el número contenido en la figura anterior, con un aumento del tanto por ciento igual al número de vértices del nuevo polígono que lo contendrá.




### Razonamiento y demostración

**4.** Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $7\%N + 4N = 4{,}7N$

b) $5 \times 4 \times (6\%N) = 1{,}02N$

c) $9{,}11\%P > 91{,}1P$

**5.** Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $2^2 \times \sqrt{2^6}\,\%(200) = 2^6\%(100)$

b) $P\%N = N\%P$

c) $42\%41^3 > 41\%49^2$

### Resolución de problemas

**6.** Calcula el 2,5% de 4000 más el 0,25% de 6800.

A) 127 B) 137 C) 147 D) 107 E) 117

**7.** Si el $(x^2)$% de 720 es 259,2; halla x.

A) 8 B) 12 C) 16 D) 4 E) 6

**8.** Si el 10% de (4n – 100) es 70, halla n.

A) 180 B) 200 C) 160 D) 220 E) 240

**9.** Si el (2x – 4)% de 810 es 48,6; halla x.

A) 5 B) 7 C) 9 D) 3 E) 11

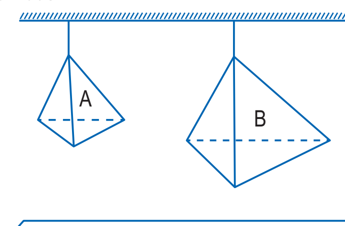
**10.** ¿Cuál debe ser el precio de costo de un artículo para que al venderlo en S/.720 se gane el 20%?

A) S/.600 B) S/.480 C) S/.640
D) S/.500 E) S/.700

## NIVEL 2

### Comunicación matemática

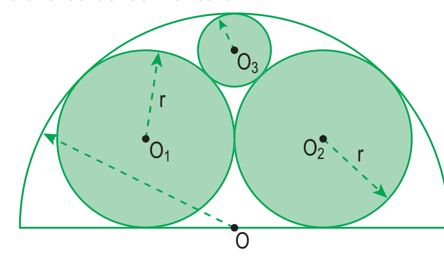
**11.** En la figura, se muestran dos tetraedros regulares colgados de uno de sus vértices.




Si el volumen del sólido A es el 12,5% del volumen del sólido B, ¿qué tanto por ciento representa el área de la sombra proyectada por el sólido A respecto del área de la sombra proyectada del sólido B al medio día?

Respuesta:

**12.** ¿Qué tanto por ciento representa el área de la región sombreada respecto al área del semicírculo?




Respuesta:

## Razonamiento y demostración

**13.** Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

a) El 9% de 99 es un número entero. ( )

b) El a% de $\frac{198}{\overline{aa}}$ es igual a 0,18. ( )

c) El 5% del 5% del 5% de $8\sqrt{25}$ es igual a 5. ( )

**14.** Si: $N = \overline{abcd5}$

De las proposiciones:

I. Si $d = 2$, entonces $4\%N \notin \mathbb{Z}$.

II. $17\%N$ tiene 3 cifras decimales.

III. $16\%N^2 \in \mathbb{Z}$

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y II E) II y III

## Resolución de problemas

**15.** Un artefacto se vende a S/.552 ganando el 15%. Si el incremento que se hizo, al fijar el precio de dicho artefacto fue del 20%, halla la diferencia del descuento y la ganancia.

A) S/.50 B) S/.48 C) S/.45 D) S/.24 E) S/.29

**16.** A qué precio se debe fijar un artículo cuyo costo es S/.441, si se ha de realizar tres descuentos sucesivos del 20%, 25% y 40%, y aún así se ganará el 12,5% del precio de venta.

A) S/.3500 B) S/.1375 C) S/.1400
D) S/.1200 E) S/.2800

**17.** Un comerciante vende 10 televisores del mismo tipo a \$2500 ganando en cada uno el 25% del costo. ¿Cuántos televisores podrá adquirir cuyo costo sea 50% menor que los anteriores con dicho monto?

A) 20 B) 25 C) 36 D) 24 E) 32

**18.** Al vender dos artículos al mismo precio, en uno se gana el 10% y en el otro se pierde el 10%. En total, ¿cuál es el tanto por ciento de ganancia o pérdida?

A) Gana 4% B) Gana 1% C) Pierde 1%
D) Pierde 5% E) Pierde 4%

**19.** José compró un artefacto y lo vende con un beneficio del 8%. Si hubiera ganado el 8% del precio de venta anterior, habría ganado 8 soles más. Determina el precio de compra de dicho artefacto.

A) S/.1250 B) S/.2500 C) S/.2000
D) S/.1500 E) S/.1425

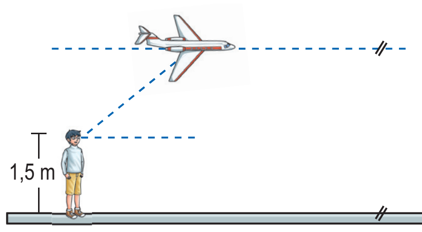
**20.** Un comerciante compró cierto número de artículos a S/.15 cada uno y recibió S/.1000 por la venta de todos. Si sus gastos representan el 35% del beneficio bruto y la ganancia neta fue de S/.65 ¿Cuál fue el número de artículos adquiridos?

A) 66 B) 55 C) 60 D) 70 E) 80

# NIVEL 3

## Comunicación matemática

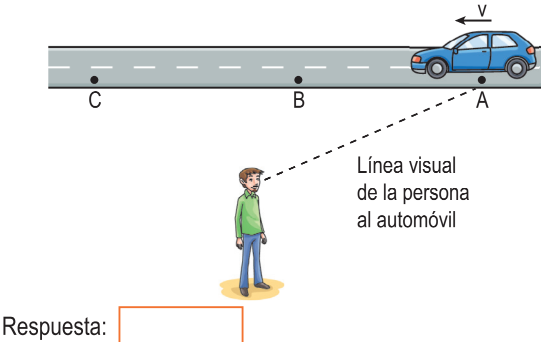
**21.** En el instante mostrado, Luis observa un avión, que se desplaza horizontalmente a una altura de 49,5 metros sobre el nivel del suelo, con un ángulo de elevación de 74° tal como se muestra en la figura.




Si a partir del instante mostrado, el avión avanza 178 m, ¿en qué porcentaje varía el ángulo de elevación?

Respuesta: ________

**22.** En el gráfico se muestra un automóvil que desarrolla MRU sobre una pista horizontal y a cierta distancia de dicha pista, una persona que en todo instante observa el automóvil. Si el área barrida por la línea visual de la persona hacia el automóvil es proporcional al tiempo transcurrido, ¿cuánto tiempo tarda el automóvil en recorrer el tramo BC, si la línea visual de la persona al automóvil barre un área desde A hasta B igual al 80% del área barrida desde B hasta C en 20 segundos?




Respuesta: ________

## Razonamiento y demostración

**23.** Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) Si $\left(\frac{p^2+p-1}{p-1}\right)\%A \in \mathbb{Z}$, donde $\{A; p\} \subset \mathbb{Z}$ y $p > 1$, entonces $A = \overset{\circ}{\overline{(p-1)}}$. ( )

b) Si $N\%\overline{ab4} = \underset{\circ}{M} + 0,\overline{4ba} \times N$, $\left\{N; M; \frac{a+1}{2}\right\} \subset \mathbb{Z}^+$, entonces $N = \overset{\circ}{2}$. ( )

c) Si $z = p + q \in \mathbb{Z}^+$, donde $p\%z = q$ y $q$ es un número primo, entonces $2p + q^2 = 65$. ( )

**24.** Si N es el m% de $\overline{mnpqrs}$, entonces, de las proposiciones:

I. Si $MCD(\overline{mnpqrs}; 100) > 1$ y $s - 1 = m - 1 = 2n$, entonces $9492 = \overset{\circ}{\overline{m+n}}$.

II. Si $N \in \mathbb{Z}^+$ y $m = 1 - p^2$, entonces $\overset{\circ}{x} = r + s$, $\forall\, x \in \mathbb{Z}^+$.

III. Si $m = 9$ y $s^2 > n + 1$, entonces $N \in \mathbb{Z}$.

Son verdaderas:

A) Solo I B) Solo II C) Solo III
D) I y II E) Todas

## Resolución de problemas

**25.** José compró un artefacto y lo vende con un beneficio del 8%. Si hubiera ganado el 8% del precio de venta anterior, habría ganado 8 soles más. Determina el precio de compra de dicho artefacto.

A) S/.1250 B) S/.2500 C) S/.2000
D) S/.1500 E) S/.1425

**26.** Los 2/5 de una mercancía se venden con un 6% de pérdida, la mitad del resto con un 2% de ganancia. ¿Qué tanto por ciento se debe ganar en la venta de lo que queda para finalmente ganar el 9% sobre el total de la mercancía?

A) 36% B) 54% C) 24% D) 25% E) 30%

**27.** Al desinflarse una pelota se observa que la sombra que proyecta sobre el piso disminuye en 43,75%. Determina en qué tanto por ciento disminuye su volumen, si se desinfla de manera homogénea.

A) 52,75% B) 62,5% C) 56,25%
D) 57,81% E) 37,5%

**28.** A una reunión asistieron 60 personas, si el 60% de los asistentes está formado por varones y el 75% de ellos usa anteojos, mientras que el 25% de las mujeres que asistieron no usa anteojos. ¿Qué tanto por ciento del total de personas usa anteojos?

A) 45% B) 48% C) 50% D) 60% E) 75%

**29.** A una conferencia asistieron 200 personas de las cuales 60% está constituida por mujeres y de estas el 80% vestían falda, mientras que el 40% de los varones fueron con terno. ¿Qué tanto por ciento de los varones que no usan terno son las mujeres que no fueron con falda?

A) 28% B) 30% C) 32% D) 45% E) 50%

**30.** Sandra diariamente gasta el 25% de lo que le queda. Si un lunes temprano solo disponía de S/.625 y recién iba a realizar los gastos que acostumbraba, ¿cuánto le quedará el viernes en la tarde de la misma semana?

A) S/.200,2 B) S/.204,6 C) S/.204,8
D) S/.301,4 E) S/.408,2

**31.** A un obrero se le aumenta el sueldo de la siguiente manera:
12% sobre el 20% de su sueldo.
15% sobre el 50% de lo restante.
20% sobre los 200 nuevos soles restantes.
¿Cuál será su nuevo salario?

A) S/.600 B) S/.630 C) S/.582
D) S/.550 E) S/.480

**32.** Una persona apostó todo su dinero ganando el 10%, luego apostó lo que tenía perdiendo el 80% y por última vez apuesta todo el dinero que le queda perdiendo el 70% con la cual se retiró únicamente con S/.66. Calcula cuánto dinero perdió.

A) S/.934 B) S/.940 C) S/.920
D) S/.945 E) S/.918

**33.** En la UNMSM se han realizado las elecciones para el tercio estudiantil. El 48% de los sufragantes eran mujeres y el 25% de ellas votaban por la lista A que además obtuvo los votos del 50% de los hombres. ¿Qué tanto por ciento de los sufragantes votarán por la lista A?

A) 40% B) 20% C) 38% D) 45% E) 35%

**34.** El exceso de A sobre B equivale al 20% del dinero de C y el exceso de B sobre C equivale al 10% del dinero de A. Si A tiene S/.200, ¿cuánto tiene B?
$(A > B > C)$

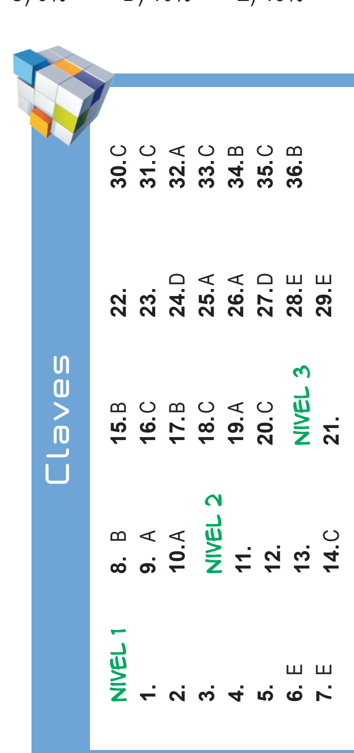
A) S/.140 B) S/.170 C) S/.1150
D) S/.130 E) S/.160

**35.** La mano de obra y las indemnizaciones representan el 40% del valor de una obra. Si las indemnizaciones representan el 60% del importe de la mano de obra, ¿qué tanto por ciento del valor de dicha obra representa solamente la mano de obra?

A) 10,5% B) 30% C) 25%
D) 12,5% E) 16%

**36.** En una granja el 20% son patos, el 45% gallinas y el resto conejos. Si el número de gallinas fuera el doble y el número de conejos fuera el cuádruple, ¿qué tanto por ciento del nuevo total serían los patos?

A) 7% B) 8% C) 9% D) 10% E) 15%


Claves

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| NIVEL 1 | 8. B | 15.B | 22. | 30.C |
| 1. | 9. A | 16.C | 23. | 31.C |
| 2. | 10.A | 17.B | 24.D | 32.A |
| 3. | NIVEL 2 | 18.C | 25.A | 33.C |
| 4. | 11. | 19.A | 26.A | 34.B |
| 5. | 12. | 20.C | 27.D | 35.C |
| 6. E | 13. | NIVEL 3 | 28.E | 36.B |
| 7. E | 14.C | 21. | 29.E | |

# Aplicamos lo aprendido





## TEMA 2: ESTADÍSTICA

**1** Se tienen los promedios finales de 20 estudiantes del curso de Física II.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 10 | 12,5 | 13 | 15 | 19,8 |
| 18,5 | 14,2 | 15,2 | 13,5 | 17,2 |
| 16,4 | 12,2 | 17,6 | 15,8 | 13,2 |
| 11,8 | 15,5 | 15 | 16,8 | 11,5 |

Si se clasifican los datos en 5 intervalos de clase, halla:
$h_3 + h_5 + F_4$

A) 16,1 B) 17,2 C) 18,4
D) 19,6 E) 20

**2** De la siguiente tabla de frecuencias:

| $I_i$ | $f_i$ | $h_i$ |
|---|---|---|
| [125; 135⟩ | | 4/a |
| [135; 145⟩ | a | 5/a |
| [145; 155⟩ | | 7/a |
| [155; 165⟩ | | 6/a |
| [165; 175] | | 3/a |

Calcula: $f_1 + f_3 + f_5$

A) 70 B) 75 C) 80
D) 85 E) 90

**3** Se tienen las estaturas (en metros) de 100 alumnos del nivel secundaria de una I. E.

| $I_i$ | $F_i$ | $H_i$ |
|---|---|---|
| [1,40; 1,50⟩ | | |
| [1,50; 1,60⟩ | | 0,58 |
| [1,60; 1,70⟩ | | |
| [1,70; 1,80] | | |

¿Cuántos alumnos poseen una estatura no menor de 1,60 m?

A) 58 B) 50 C) 48
D) 46 E) 42

**4** La tabla de frecuencias corresponde al jornal diario (en S/.) de los obreros de una empresa constructora.

| $I_i$ | $f_i$ | $F_i$ |
|---|---|---|
| [50; 70⟩ | | 32 |
| [70; 90⟩ | 40 | |
| [90; 110⟩ | | 120 |
| [110; 130⟩ | | |
| [130; 150] | 36 | 200 |

¿Cuántos obreros tienen un salario no menor que S/.70 y menor que S/.130?

A) 130 B) 132 C) 134
D) 136 E) 138

**5** Se tiene la tabla de distribución de los salarios de 225 personas.

| $I_i$ | $f_i$ |
|---|---|
| [600; 700⟩ | 15 |
| [700; 800⟩ | 30 |
| [800; 900⟩ | 65 |
| [900; 1000⟩ | 70 |
| [1000; 1100] | 45 |

¿Cuántas personas ganan entre S/.740 y S/.950?

A) 70 B) 80 C) 95
D) 100 E) 118

**6** Halla la diferencia entre la mediana y la moda de los siguientes datos.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 20 | 23 | 25 | 25 | 30 |
| 23 | 25 | 20 | 20 | 23 |
| 20 | 23 | 20 | 20 | 23 |

A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

**7** Calcula la diferencia entre la moda y la media de los siguientes datos.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 12 | 12 | 12 | 15 | 17 |
| 18 | 17 | 15 | 12 | 15 |
| 15 | 18 | 17 | 18 | 18 |
| 18 | 15 | 15 | 18 | 18 |

A) 1 B) 1,55 C) 2,25
D) 2,57 E) 3

**8** En una avícola se registra la siguiente tabla de distribución de pollos con respecto a sus pesos.

| Peso (en gramos) | n.° de pollos |
|---|---|
| [960; 980⟩ | 100 |
| [980; 1000⟩ | 200 |
| [1000; 1020⟩ | 280 |
| [1020; 1040⟩ | 260 |
| [1040; 1060] | 160 |

¿Cuántos pollos pesan entre 1010 g y 1024 g?

A) 190 B) 192 C) 194
D) 196 E) 198

**9** Dada la siguiente tabla de distribución de frecuencias:

| $I_i$ | $f_i$ |
|---|---|
| [27; 31⟩ | 4 |
| [31; 35⟩ | 7 |
| [35; 39⟩ | 12 |
| [39; 43⟩ | 11 |
| [43; 47] | 6 |

Halla: $\overline{X} + h_4 + H_3$

A) 37,6 B) 38,65 C) 39,75
D) 40,51 E) 41,75

**10** De la siguiente tabla de distribución de frecuencias:

| $I_i$ | $f_i$ |
|---|---|
| [50; 56⟩ | 20 |
| [56; 62⟩ | 75 |
| [62; 68⟩ | 50 |
| [68; 74⟩ | 30 |
| [74; 80] | 25 |

Halla la moda.

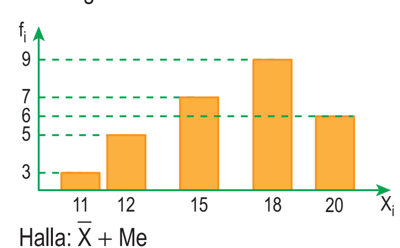
A) 50 B) 50,5 C) 58,7
D) 59,3 E) 60,1

**11** Halla la mediana de la siguiente tabla de distribución de frecuencias:

| $I_i$ | $f_i$ |
|---|---|
| [1,55; 1,60⟩ | 8 |
| [1,60; 1,65⟩ | 12 |
| [1,65; 1,70⟩ | 14 |
| [1,70; 1,75⟩ | 9 |
| [1,75; 1,80] | 7 |

A) 1,52 B) 1,57 C) 1,60
D) 1,67 E) 1,71

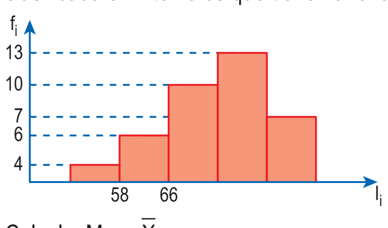
**12** Del diagrama de barras:




Halla: $\overline{X}$ + Me

A) 30 B) 31,5 C) 32,5
D) 33 E) 34,5

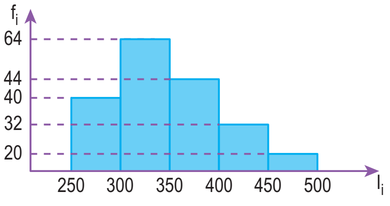
**13** Si el siguiente histograma corresponde a una distribución clasificada en intervalos que tienen ancho de clase común:




Calcula: Mo – $\overline{X}$

A) 3,9 B) 4,1 C) 5,1
D) 6,2 E) 7,3

**14** El histograma muestra la distribución de los salarios semanales de los empleados de una empresa.




Halla: Me + Mo

A) 520,7 B) 475,8 C) 674,2
D) 954,3 E) 853,7

Claves

1. C 2. A 3. E 4. B 5. E 6. D 7. C 8. B 9. B 10. E 11. D 12. C 13. B 14. C

# Practiquemos



## NIVEL 1

### Comunicación matemática

**1.** Marca con color azul las variables cuantitativas y con color rojo las variables cualitativas.

- n.° de goles marcados por la selección peruana en sus dos últimos partidos.
- Color de ojos de los alumnos del 1.er año de secundaria de una I. E.
- n.° de alumnos de 1.er año de secundaria en una I. E.
- Comida favorita
- Nacionalidad de una persona
- Profesión de una persona

**2.** Escribe en los recuadros el tipo de variable cuantitativa (discreta o continua).

a) n.° de habitantes por $m^2$ en una ciudad.

b) n.° de frutos de un árbol de la misma especie.

c) Peso de un niño al cumplir 4 años.

d) Temperatura registrada en un observatorio durante una hora.

e) Diámetro de las ruedas de varios coches.

**3.** Escribe N si la variable indicada es nominal, y O si es ordinal.

a) Estado civil.

b) Medallas en una prueba deportiva.

c) Curso favorito.

d) Nivel educativo alcanzado.

e) Profesión.

### Razonamiento y demostración

**4.** Al elaborar una tabla de distribución de frecuencias con 7 intervalos, se observa que $h_i$ es inversamente proporcional a i, además: $f_3 - f_6 = 70$.

Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

a) El número de observaciones es igual a 50.

b) $f_2 = 210$

c) $h_7 = 0{,}06$

**5.** Se tiene el siguiente cuadro de distribución simétrica con ancho de clase común:

| $I_i$ | $f_i$ | $x_if_i$ |
|---|---|---|
| [4; 8⟩ | | $k^2 - 6$ |
| | k | |
| | | |
| | | 90 |

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $f_3 + f_4 = 11$

b) $F_2 \geq 11$

c) $F_4 = 3F_2$

### Resolución de problemas

Enunciado para los problemas: 6; 7 y 8

Se tienen las siguientes muestras:

A: 12; 13; 13; 17; 17; 13; 15; 18; 19; 18

B: 11; 16; 17; 15; 15; 17; 11; 17; 16; 14

C: 13; 14; 16; 16; 18; 19; 20; 15; 17; 11

**6.** Determina el orden en que se encuentran $\overline{X}_A$; $\overline{X}_B$ y $\overline{X}_C$.

A) $\overline{X}_A > \overline{X}_C > \overline{X}_B$ B) $\overline{X}_B > \overline{X}_A > \overline{X}_C$ C) $\overline{X}_C > \overline{X}_A > \overline{X}_B$

D) $\overline{X}_A > \overline{X}_B > \overline{X}_C$ E) $\overline{X}_B > \overline{X}_C > \overline{X}_A$

**7.** Determina el orden en que se encuentran $Me_A$; $Me_B$ y $Me_C$.

A) $Me_A = Me_B > Me_C$ B) $Me_B = Me_C < MA$

C) $Me_B > Me_A > Me_C$ D) $Me_A = Me_C > Me_B$

E) $Me_A > Me_B > Me_C$

**8.** Determina el orden en que se encuentran $Mo_A$; $Mo_B$ y $Mo_C$.

A) $Mo_B > Mo_A > Mo_C$ B) $Mo_A > Mo_B > Mo_C$

C) $Mo_C > Mo_B > Mo_A$ D) $Mo_B > Mo_C > Mo_A$

E) $Mo_B > Mo_C > Mo_A$

**9.** De la siguiente tabla de frecuencias:

| $I_i$ | $h_i$ | $F_i$ |
|---|---|---|
| [ ; ⟩ | $\frac{x-3}{4x}$ | |
| [ ; ⟩ | $\frac{x-2}{4x}$ | |
| [ ; ⟩ | $\frac{10-x}{4x}$ | |
| [ ; ⟩ | $\frac{x+1}{4x}$ | |
| [ ; ⟩ | $\frac{x-1}{4x}$ | 6x |

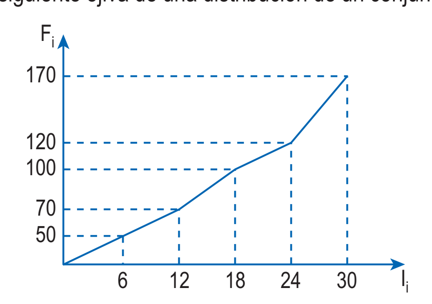
El número de observaciones es:

A) 20 B) 80 C) 40 D) 60 E) 30

## NIVEL 2

### Comunicación matemática

Enunciado para los problemas: 10 y 11
Se tiene la siguiente ojiva de una distribución de un conjunto de datos.




**10.** El valor de la Me es: ☐

**11.** El valor de la $\overline{X}$ es: ☐

### Razonamiento y demostración

**12.** En una tabla de distribución de frecuencias se observa que dicha distribución es simétrica con 6 intervalos tal que: $f_3 = f_1 + f_5$
Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $H_1 + H_2 + H_3 = 0{,}25$ ☐
b) $H_2 + H_3 = 0{,}5$ ☐
c) $H_2 + H_3 + H_4 = 1{,}5$ ☐

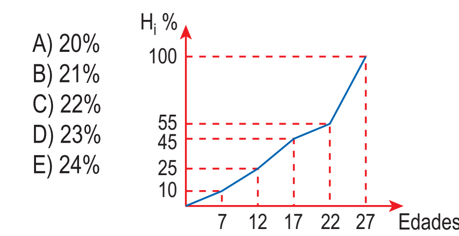
**13.** Se tiene una distribución simétrica de 5 intervalos de clase, (con ancho de clase común) donde $X_{mín.} = 22$ y $X_{máx.} = 82$, además:
$F_5 < 60;\ h_4 = 2h_1 = 3h_3,\ (f_3 + F_3 + 7)^{f_4 - f_2} < F_1 + F_2 - F_3$
Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $\overline{X} = 50$ ☐
b) $f_2 + f_3 < F_2$ ☐
c) $Me = 52$ ☐

### Resolución de problemas

**14.** Dada la siguiente ojiva acerca de las edades de cierto número de alumnos. ¿Qué porcentaje tiene entre 10 y 16 años?

A) 20%
B) 21%
C) 22%
D) 23%
E) 24%




**15.** Si el siguiente cuadro de distribución tiene igual ancho de clase.

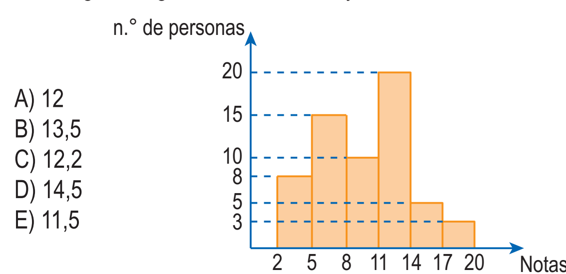
| $I_i$ | $x_i$ | $f_i$ | $F_i$ |
|---|---|---|---|
| [ ; 〉 | 30 | 12 | 12 |
| [ ; 〉 | 60 | 28 | 30 |
| [ ; 〉 | | 15 | 45 |
| [ ; 〉 | | 15 | 60 |

Calcula la moda.

A) 65 B) 62 C) 60 D) 70 E) 50

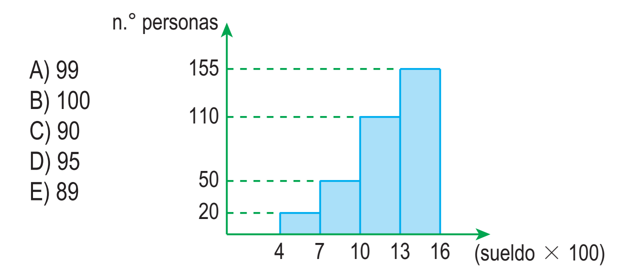
**16.** En el siguiente gráfico calcula la mayor moda si:

A) 12
B) 13,5
C) 12,2
D) 14,5
E) 11,5




**17.** En el siguiente diagrama escalonado. ¿Cuántas personas hay tales que ganan desde S/.800 hasta S/.1400?

A) 99
B) 100
C) 90
D) 95
E) 89




**18.** Calcula la media aritmética en:

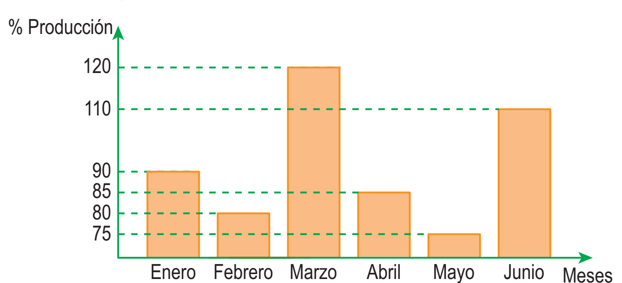
A) 21,6
B) 20,4
C) 23,17
D) 24
E) 16,5

| $I_i$ | $x_i$ | $f_i$ | $F_i$ |
|---|---|---|---|
| [ ; 〉 | | 5 | |
| [12; 〉 | | | 15 |
| [ ; 〉 | | | 32 |
| [ ; 〉 | | | |
| [30; 〉 | | 7 | 50 |

## NIVEL 3

### Comunicación matemática

Enunciado para los problemas: 19 y 20
El siguiente gráfico presenta la producción en toneladas de hojuelas de maíz en el primer semestre del año 2013.




**19.** ¿Cuántas toneladas se produjeron en el primer trimestre del año 2013?

Respuesta: ☐

**20.** ¿En qué porcentaje disminuye la producción en el 2.° trimestre respecto al 1.er trimestre?

Respuesta: ☐

## Razonamiento y demostración

**21.** A un grupo de 200 estudiantes se les encuestó acerca del número de libros que leen al año siendo el menor valor de este: 10, y el mayor valor: 35. Si al clasificarla en 5 intervalos con ancho de clase común, se obtienen que la moda es 23; además:

$f_4 = 2f_2$; $F_2 > 30$ y $\frac{f_3}{f_2} = \frac{f_5}{f_1}$

Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) Me > Mo ( )

b) $f_2 + f_3 = 100$ ( )

c) $F_3 = 120$ ( )

**22.** Si se desea hacer la distribución de todos los valores de menos de cuatro cifras generados por la función:

$f(x) = 2x - 1$; $Domf = \mathbb{Z}^+$

Indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda.

a) El rango es igual a 999. ( )

b) Al utilizar la regla de Sturges se obtienen 10 intervalos. (log2 = 0,3) ( )

c) $X_{máx.} = 999$ ( )

## Resolución de problemas

**23.** Dado el siguiente cuadro estadístico. Halla a + b + c, si los intervalos de clase tienen ancho común.

| $I_i$ | $x_i$ | $f_i$ | $F_i$ | $h_i$ | $H_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | 20 | | |
| [20; 〉 | | 30 | | | |
| | a | | c | 0,20 | |
| | | b | | | 0,70 |
| [32; 〉 | | 60 | | | |

A) 155 B) 160 C) 170 D) 166 E) 150

**24.** La tabla muestra la distribución de salario de 100 empleados de la compañía RUIZ S. A.

| Intervalos de salario | $x_i$ | $F_i$ | $h_i$ | $H_i$ |
|---|---|---|---|---|
| [300; 360〉 | | | | |
| [360; 420〉 | | | | 0,30 |
| [420; 480〉 | | | | |
| [480; 540〉 | | | | |
| [540; 600〉 | | | 0,10 | |

Además: $f_4 = 2f_3$

¿Cuántos empleados ganan menos de 480 soles?

A) 50 B) 55 C) 61 D) 60 E) 57

**25.** Completa la siguiente tabla de distribución de frecuencias y halla: a + b + c + d + n + m

| $I_i$ | $X_i$ | $f_i$ | $F_i$ |
|---|---|---|---|
| [20; 〉 | | 6 | |
| [ ; 〉 | c | | 14 |
| [a; 〉 | | n | 26 |
| [ ; 〉 | d | 10 | m |
| [ ; b〉 | | | 44 |
| [ ; 56] | | 6 | |

A) 140 B) 200 C) 170 D) 210 E) 250

**26.** Halla la varianza y la desviación estándar respectivamente, de la siguiente distribución.

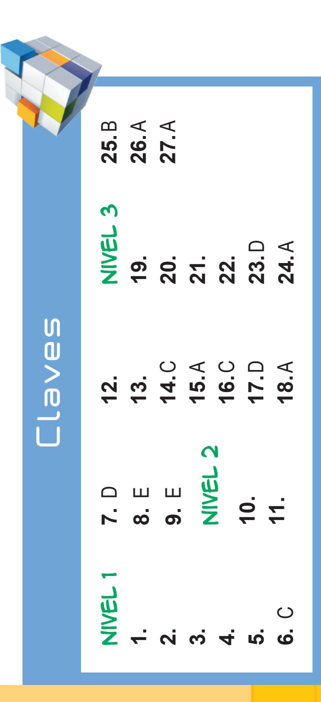
A) 2,68 y 1,64
B) 3,12 y 1,77
C) 4,22 y 2,05
D) 5,13 y 2,26
E) 6,67 y 2,58

| $X_i$ | $f_i$ |
|---|---|
| 5 | 2 |
| 7 | 3 |
| 8 | 5 |
| 9 | 4 |
| 11 | 2 |

**27.** Halla $\sigma^2$ y $\sigma$ respectivamente, de la siguiente distribución.

A) 141,9 y 11,9
B) 152,7 y 12,4
C) 155,8 y 12,5
D) 158,7 y 12,6
E) 167,8 y 12,9

| $I_i$ | $f_i$ |
|---|---|
| [20; 30〉 | 15 |
| [30; 40〉 | 22 |
| [40; 50〉 | 48 |
| [50; 60〉 | 40 |
| [60; 70] | 25 |



# Aplicamos lo aprendido



## TEMA 3: ANÁLISIS COMBINATORIO

**1** ¿De cuántas maneras 5 parejas de esposos pueden ubicarse en una mesa circular para almorzar; si estas parejas siempre deben almorzar juntas?

A) 670 B) 760 C) 768
D) 860 E) 950

**2** Se tiene un estante con capacidad para 9 libros, si en él se quiere ordenar 4 libros de Física; 3 libros de Química y 2 de Aritmética; ¿De cuántas maneras se podrá realizar esto, si los de Aritmética se ubican a los extremos?

A) 10 000 B) 10 500 C) 10 080
D) 11 400 E) 12 500

**3** Un estudiante tiene que resolver solamente 8 preguntas de 10 en un examen. ¿Cuántas maneras de escoger las preguntas tiene el estudiante?

A) 42 B) 43 C) 44
D) 45 E) 46

**4** Dos varones y tres chicas van al cine y encuentran 5 asientos juntos, en una misma fila, donde desean acomodarse. ¿De cuántas maneras diferentes pueden sentarse, si las tres chicas no quieren estar una al costado de otra?

A) 12 B) 14 C) 16
D) 18 E) 20

**5** Se tienen cuatro letras de cartón: A, B, C y D. ¿Cuántos códigos pueden formarse con estas letras si cada código puede llevar indistintamente una, dos, tres o cuatro letras?

A) 60 B) 64 C) 80
D) 84 E) 90

**6** Álvaro desea comprar un pantalón y una camisa. Un comerciante le muestra 8 pantalones y 7 camisas de colores diferentes con los modelos que a Álvaro le gusta. ¿De cuántas maneras distintas puede escoger lo que desea comprar?

A) 52 B) 53 C) 54
D) 55 E) 56

**7** ¿De cuántas maneras distintas Julio, César y Marco pueden ocupar 2 oficinas diferentes?

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

**8** ¿Cuántas palabras de 8 letras con significado o no, se pueden formar con las letras de la palabra AAMMOOOR?

A) 1500 B) 1520 C) 1600
D) 1680 E) 1750

**9** En una reunión hay 6 parejas de casados. ¿De cuántas maneras se pueden escoger un hombre y una mujer de modo que no sean esposos?

A) 22 B) 24 C) 26
D) 28 E) 30

**10** Con 7 médicos y 4 ingenieros se debe formar un comité de 6 miembros. ¿De cuántas maneras se pueden formar dicho comité si debe estar conformado por al menos dos ingenieros?

A) 270 B) 371 C) 390
D) 400 E) 421

**11** La selección peruana de vóleibol está conformada por 18 chicas. ¿De cuántas maneras se puede conformar un equipo de 6 si se sabe que 2 de ellas se niegan a jugar en el mismo equipo?

A) 16 744 B) 16 800 C) 17 500
D) 18 644 E) 19 522

**12** En el transcurso del mes de marzo un comerciante debe realizar 5 viajes a Ica y 3 viajes a Trujillo. ¿Cuántas maneras diferentes en cuanto al orden hay, para realizar estos 8 viajes?

A) 56 B) 58 C) 60
D) 62 E) 64

**13** ¿Cuántas palabras diferentes de 4 letras aunque no necesariamente tengan sentido se puede formar con las letras de la palabra GATO, de modo que tengan siempre la sílaba GA?

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

**14** ¿De cuántas maneras pueden sentarse en una misma mesa circular de 6 asientos un equipo de 6 personas, si dos de las personas deben estar siempre juntas?

A) 6 B) 12 C) 120
D) 48 E) 24

**Claves**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. C | 3. D | 5. B | 7. B | 9. E | 11. A | 13. B |
| 2. C | 4. A | 6. E | 8. D | 10. B | 12. A | 14. D |

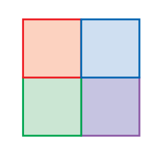
# Practiquemos



## NIVEL 1

### Comunicación matemática

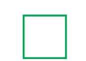
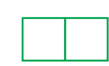
**1.** Dado el siguiente tablero:



¿De cuántas maneras se pueden distribuir los números 1; 2; 3 y 4 en dicho tablero?

Respuesta:

**2.** Se diseña el formato de numeración de los boletos de una lotería escolar de la siguiente manera:

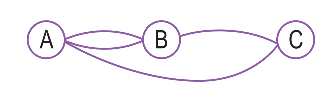
  

Consonante Vocal Números

Donde la vocal puede ser cualquiera de las conocidas, la consonante puede ser cualquiera de 12 seleccionadas y el número puede ser de 01 a 99.
¿Cuántos boletos deberán fabricarse?

Respuesta:

**3.** De la figura:




¿De cuántas maneras se puede ir de A a C sin retroceder?

Respuesta:

### Razonamiento y demostración

**4.** Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $2! + 3! + 4! \neq 2! \times (1 + 3 + 12)$ ( )

b) $0! + 1! = 2!$ ( )

c) $C_0^1 = A_0^1$ ( )

**5.** Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

a) $3!^2 \geq 36$ ( )

b) $2!^3 + 3!^2 = \overset{\circ}{11}$ ( )

c) $5! = \overset{\circ}{3}$ ( )

### Resolución de problemas

**6.** ¿De cuántas maneras se puede formar una comisión de 4 alumnos, de un salón que tiene 20 alumnos?

A) 4548 B) 4845 C) 3616
D) 3610 E) 2014

**7.** En una biblioteca hay 10 libros de Aritmética y 6 de Álgebra. ¿De cuántas, maneras se pueden colocar 5 libros en un estante, de los cuales 3 sean de Aritmética y 2 de Álgebra?

A) 30 000 B) 12 000 C) 18 000 D) 16 000 E) 60 000

**8.** ¿De cuántas maneras se pueden sentar 7 personas alrededor de una mesa circular?

A) 6 B) 24 C) 120 D) 720 E) 5040

**9.** Con 7 consonantes y 4 vocales, ¿cuántas palabras que contengan cada una 3 consonantes y 2 vocales (todas distintas entre sí) pueden formarse?

A) 225 400 B) 325 000 C) 325 200
D) 302 400 E) 254 000

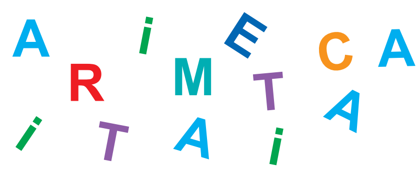
**10.** En una reunión se contaron 15 estrechadas de mano. Si todos fueron corteses con los demás, ¿cuántas personas asistieron a dicha reunión?

A) 5 B) 7 C) 6 D) 8 E) 15

## NIVEL 2

### Comunicación matemática

**11.** Cuántas palabras con o sin sentido se pueden formar con las siguientes letras:




Respuesta:

**12.** Luis tiene cierta cantidad de balones de fútbol, básquet y vóley, tal como se muestra en la figura:



¿De cuántas maneras las podrá ordenar en una fila?

Respuesta:

### Razonamiento y demostración

**13.** Demuestra que: $CR_k^n = C_k^{n+k-1}$

**14.** Demuestra que el número de maneras distintas que (n + 1) elementos diferentes se pueden colocar alrededor de una mesa circular es igual al número de ordenaciones lineales que pueden formarse con n elementos distintos.

## Resolución de problemas

Enunciado para los problemas: 15, 16; 17 y 18

Alrededor de una mesa se sientan 3 hinchas de la U: Sergio, Martín y Miguel y 4 hinchas de Alianza: Paulo, Pablo, Carlos y Manuel.

**15.** ¿De cuántas maneras diferentes se podrán sentar las 7 personas?

A) 120 B) 720 C) 5040 D) 1240 E) 240

**16.** ¿De cuántas maneras diferentes se podrán sentar las 7 personas, si los hinchas de la U están juntos?

A) 288 B) 120 C) 72 D) 144 E) 160

**17.** ¿De cuántas maneras diferentes se podrán sentar las 7 personas, si Martín se sienta entre Pablo y Manuel?

A) 120 B) 48 C) 240 D) 60 E) 72

**18.** ¿De cuántas maneras diferentes se podrán sentar cinco de las personas, si 2 son de la U y se sientan juntos?

A) 60 B) 144 C) 288 D) 120 E) 240

**19.** Se tienen 6 parejas de casados los cuales asistieron a una reunión social. ¿De cuántas maneras puede formarse una pareja de baile, tal que no sean esposos?

A) 45 B) 30 C) 55 D) 58 E) 60

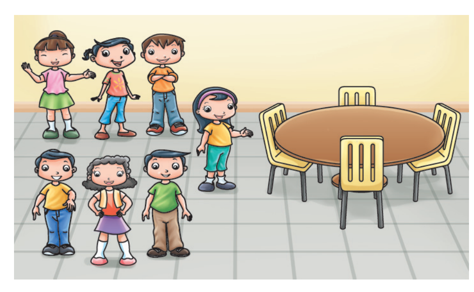
**20.** Con 5 frutas, ¿cuántos surtidos de 2 frutas puedo preparar?

A) 10 B) 12 C) 5 D) 8 E) 15

# NIVEL 3

## Comunicación matemática

En la figura:



Cuatro de los siete niños deben sentarse en la mesa circular.

**21.** ¿De cuántas maneras pueden sentarse 3 mujeres y un hombre?

Respuesta: ______

**22.** ¿De cuántas maneras pueden sentarse 2 hombres y 2 mujeres?

Respuesta: ______

## Razonamiento y demostración

**23.** Por medio del análisis combinatorio, demuestra que si $n = 2k$, entonces $\frac{n!}{2^k} \in \mathbb{Z}^+$, $k \in \mathbb{Z}^+$.

**24.** Demuestra que el número de soluciones enteras no negativas de la ecuación: $x + y + z = 3$ es igual a $C_3^5$.

## Resolución de problemas

**25.** De una bolsa se sacan monedas de 1 sol y 2 soles, cuando se junta 6 soles se deja de sacar o cuando salgan 2 veces consecutivas la moneda de S/.1, ¿cuántas maneras diferentes hay de realizar dicho experimento?

A) 4 B) 5 C) 8 D) 7 E) 3

**26.** Coco va a una tienda y encuentra 6 polos de su agrado. Si solamente tiene dinero para 3 polos, ¿de cuántas formas podrá efectuar su compra sabiendo que va a invertir todo su dinero en polos?

A) 36 B) 20 C) 18 D) 9 E) 12

**27.** Una persona tiene cuatro camisas y tres pantalones:

I. ¿De cuántas maneras diferentes podrá combinar las prendas?
II. ¿De cuántas maneras se podrá vestir, si la camisa crema siempre se la debe poner con su pantalón marrón?
III. ¿De cuántas maneras se podrá vestir, si el pantalón marrón siempre se lo debe poner con su camisa crema?
IV. ¿De cuántas maneras se podrá vestir, si la camisa crema siempre se la debe poner con su pantalón marrón y viceversa?

a) 12 b) 6 c) 7
d) 9 e) 10 f) 5

Relaciona correctamente:

A) Ia, IIc, IIIe, IVc B) Ia, IId, IIIe, IVc
C) Ia, IIb, IIIc, IVb D) Ia, IIb, IIIb, IVf
E) Ia, IIe, IIId, IVc

Enunciado para los problemas: 28; 29 y 30

En la juguería Super Fruta, Ricardi prepara jugos a base de plátano, manzana, mango, lúcuma, melón y piña.

**28.** ¿De cuántas maneras diferentes podrá preparar un jugo de dos frutas?

A) 12 B) 15 C) 20 D) 24 E) 36

**29.** Un jugo de tres frutas.

A) 10 B) 18 C) 20 D) 24 E) 30

**30.** Un jugo de cinco frutas, una de las cuales es piña.

A) 4 B) 5 C) 6 D) 12 E) 18

## Claves

| NIVEL 1 | | NIVEL 2 | | NIVEL 3 | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 6. B | 11. | 16. D | 21. | 26. B |
| 2. | 7. C | 12. | 17. B | 22. | 27. E |
| 3. | 8. D | 13. | 18. B | 23. | 28. B |
| 4. | 9. D | 14. | 19. B | 24. | 29. C |
| 5. | 10. C | 15. B | 20. A | 25. C | 30. B |

# Aplicamos lo aprendido



## TEMA 4: PROBABILIDADES

**1** Halla la probabilidad de que al tirar 2 dados, la suma de puntos en las caras aparecidas sea igual a cinco y el producto, cuatro.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{16}$ C) $\frac{2}{11}$ D) $\frac{1}{18}$ E) $\frac{1}{20}$

**2** Halla la probabilidad de que al lanzar una moneda dos veces, aparezca aunque sea una vez un sello.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{2}{3}$

**3** Una caja contiene 10 piezas idénticas marcadas con los números 1; 2; 3; ...; 10. Se escogen al azar 6 piezas. Halla la probabilidad de que entre las piezas extraídas aparezcan las piezas n.° 1 y n.° 2.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

**4** Una caja contiene 100 piezas de las cuales 10 son defectuosas. Si se extraen al azar 4 piezas, ¿cuál es la probabilidad de que entre las piezas escogidas, no haya defectuosas?

A) 0,1 B) 0,12 C) 0,16
D) 0,25 E) 0,65

**5** La probabilidad de que un estudiante apruebe Aritmética es 2/3 y la probabilidad de que apruebe Álgebra es 4/9. Si la probabilidad de aprobar al menos una de estas materias es 4/5, halla la probabilidad de que apruebe ambos cursos.

A) $\frac{13}{45}$ B) $\frac{14}{45}$ C) $\frac{16}{45}$ D) $\frac{17}{45}$ E) $\frac{19}{45}$

**6** Ocho parejas de casados se encuentran en un salón. Si se escogen 4 personas al azar, halla la probabilidad de que se escojan dos parejas de casados.

A) $\frac{1}{30}$ B) $\frac{7}{30}$ C) $\frac{8}{31}$ D) $\frac{9}{40}$ E) $\frac{31}{40}$

**7** Eder tiene 3 billetes de una lotería que en total vendió 20 billetes. Si existen 5 premios, halla la probabilidad de que Eder gane por lo menos uno de ellos.

A) $\frac{91}{228}$ B) $\frac{137}{245}$ C) $\frac{231}{456}$ D) $\frac{137}{228}$ E) $\frac{237}{456}$

**8** Se tiene 6 banderas, 2 de color amarillo y 4 de color rojo. Halla la probabilidad de hacer señales con estas 6 banderas de tal manera que las banderas de un mismo color estén juntas.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{2}{15}$ E) $\frac{7}{15}$

**9** En 27 papeletas se escriben las letras del abecedario. Si se eligen sucesivamente cuatro papeletas al azar, halla la probabilidad de que se obtenga la palabra “dato”.

A) $\frac{23!}{27!}$ B) $\frac{7!}{9!}$ C) $\frac{21!}{24!}$ D) $\frac{14!}{19!}$ E) $\frac{23!}{28!}$

**10** En una carrera intervienen los caballos A, B, C y D. Halla la probabilidad que gane A o gane B.

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

**11** Halla la probabilidad de que un cartero que lleva tres cartas para destinatarios distintos, entregue al menos una bien si realiza el reparto al azar.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

**12** Dos personas A y B se distribuyen al azar en 4 oficinas numeradas: 1; 2; 3 y 4 respectivamente, pudiendo estar ambos en una misma oficina. ¿Cuál es la probabilidad de que la oficina 3 se quede vacía?

A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{9}{16}$ C) $\frac{8}{9}$ D) $\frac{3}{16}$ E) N. A.

**13** Se tiene cuatro urnas numeradas del 1 al 4 y cuatro bolas también numeradas del 1 al 4. Si se coloca al azar una bola en cada urna, halla la probabilidad de que la bola 1 sea colocada en la urna 1 y la bola 2 en la urna 2.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{12}$

**14** Se extraen 5 cartas al azar de una baraja de 52 naipes. ¿Cuál es la probabilidad de extraer un “full” (3 cartas iguales y 2 de otra también iguales)?

A) $\frac{3}{4263}$ B) $\frac{4}{4267}$ C) $\frac{5}{4168}$ D) $\frac{6}{4165}$ E) $\frac{7}{4165}$

**Claves**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. D | 3. B | 5. B | 7. D | 9. A | 11. B | 13. E |
| 2. B | 4. E | 6. B | 8. D | 10. C | 12. B | 14. D |

# Practiquemos



## NIVEL 1

### Comunicación matemática

Alonso va a una tienda y decide comprar 2 libros al azar.




**1.** ¿Cuál es la probabilidad de que gaste S/.11?

Respuesta: ☐

**2.** ¿Cuál es la probabilidad de que gaste S/.13?

Respuesta: ☐

**3.** ¿Cuál es la probabilidad de que gaste S/.12?

Respuesta: ☐

### Razonamiento y demostración

**4.** Si A es un evento del espacio muestral $\Omega$, indica verdadero (V) o falso (F), según corresponda:

A) Si $P(A) = \frac{1}{2}$, entonces $P(A^C) = \frac{1}{2}$. ☐

B) $P(A) + P(A^C) = 1{,}3$ ☐

C) $0 \leq P(A) \leq 1$ ☐

**5.** Demuestra que $P(\phi) = 0$, si $\phi$ es el evento imposible.

### Resolución de problemas

**6.** De un grupo de 6 hombres y 3 mujeres se quiere formar una comisión de 5 personas. Si la elección se realiza al azar, halla la probabilidad de que 3 de ellos sean mujeres.

A) $\frac{5}{27}$ B) $\frac{5}{42}$ C) $\frac{7}{43}$ D) $\frac{3}{126}$ E) $\frac{5}{126}$

**7.** Si se lanzan 2 dados, halla la probabilidad de que la suma de los puntajes sea igual a 2.

A) $\frac{1}{18}$ B) $\frac{5}{18}$ C) $\frac{1}{36}$ D) $\frac{5}{36}$ E) $\frac{7}{36}$

**8.** En una caja hay 5 fichas de las cuales 2 son de color rojo y 3 son de color amarillo. Si se extraen 3 fichas al azar, halla la probabilidad de que por lo menos una resulte de color rojo.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{7}{10}$ E) $\frac{9}{10}$

**9.** De entre 10 artefactos fabricados, 3 se encuentran defectuosos. Si se escoge al azar un lote de 5 artefactos, ¿cuál es la probabilidad de que ningún artefacto del lote seleccionado sea defectuoso?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{5}{9}$ D) $\frac{1}{12}$ E) $\frac{11}{12}$

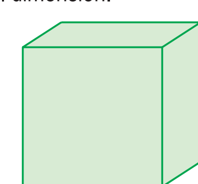
**10.** Susan y cuatro amigas se ubican en una fila. ¿Cuál es la probabilidad de que Susan se ubique en el centro de la fila?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{8}$

## NIVEL 2

### Comunicación matemática

Al siguiente cubo de caras laterales pintadas se divide en 1000 cubitos más pequeños de igual dimensión.



Si de los 1000 cubitos se toman 2 al azar, responde:

**11.** ¿Cuál es la probabilidad de tomar 2 cubos con las caras pintadas?

Respuesta: ☐

**12.** ¿Cuál es la probabilidad de tomar un cubo con las caras pintadas y otro sin las caras pintadas?

Respuesta: ☐

### Razonamiento y demostración

**13.** Si $A^C$ es el evento complementario de A, demuestra que $P(A^C) = 1 - P(A)$.

**14.** Demuestra que si A y B son dos eventos tales que $A \subset B$, entonces $P(A) \leq P(B)$.

### Resolución de problemas

**15.** En una caja hay 15 piezas idénticas marcadas con los números: 2; 3; 4; 5; ...; 16. Si se escoge al azar una pieza, halla la probabilidad de que la pieza extraída sea un número primo.

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{4}{5}$

**16.** Elizabeth escribe un número de dos cifras al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que dicho número sea múltiplo de 6?

A) $\frac{1}{90}$ B) $\frac{13}{90}$ C) $\frac{19}{90}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{1}{6}$

17. Se lanzan 2 dados. Halla la probabilidad de obtener una suma de puntos igual a un cuadrado perfecto.

A) $\frac{1}{9}$  B) $\frac{1}{18}$  C) $\frac{5}{18}$  D) $\frac{7}{18}$  E) $\frac{7}{36}$

18. Si 7 personas se sientan al azar en una mesa circular, ¿cuál es la probabilidad de que dos de ellas, determinadas, queden una al lado de la otra?

A) $\frac{1}{2}$  B) $\frac{1}{3}$  C) $\frac{2}{3}$  D) $\frac{1}{6}$  E) $\frac{5}{6}$

19. En un hospital, 15 personas contraen una determinada enfermedad al mismo tiempo, 10 de ellas pueden recuperarse en 7 días. Si pasados los 7 días se eligen 8 personas al azar, halla la probabilidad de que 6 de ellas se hayan recuperado.

A) $\frac{10}{429}$  B) $\frac{116}{429}$  C) $\frac{140}{429}$  D) $\frac{156}{429}$  E) $\frac{167}{429}$

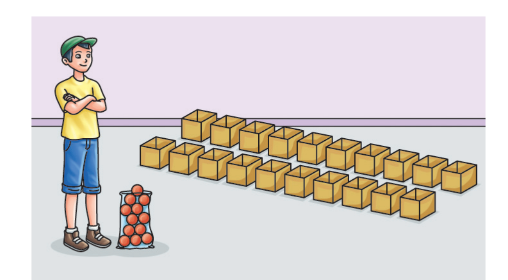
20. Se tienen 7 pares de zapatos mezclados y cada par es distinto de los demás. Si se eligen 2 zapatos al azar, halla la probabilidad de que corresponda al mismo par.

A) $\frac{1}{14}$  B) $\frac{1}{7}$  C) $\frac{2}{13}$  D) $\frac{1}{13}$  E) N. A.

## NIVEL 3

### Comunicación matemática

José se dispone a lanzar al azar una a una, las 12 pelotitas que tiene en su bolsa, a 20 cajas.



21. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguna caja reciba más de una pelotita?

Respuesta: 

22. ¿Cuál es la probabilidad de que las cajas reciban al menos dos pelotitas?

Respuesta:

### Razonamiento y demostración

23. Demuestra que si los eventos $A_1$, $A_2$, $A_3$ son tales que $A_1 \subset A_2 \subset A_3$, entonces $P(A_1 \cap A_2^c \cap A_3^c) = 0$.

24. Demuestra que si A y B son dos eventos cualesquiera, entonces: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

### Resolución de problemas

25. Dados cinco segmentos de longitudes 1; 3; 5; 7 y 9 unidades. Si se seleccionan tres segmentos al azar, halla la probabilidad de que estos formen un triángulo.

A) $\frac{1}{10}$  B) $\frac{7}{10}$  C) $\frac{1}{14}$  D) $\frac{3}{10}$  E) $\frac{8}{15}$

26. Un tirador tira al blanco, dividido en dos zonas. La probabilidad de impacto en la primera zona es igual a 0,45 y en la segunda 0,35. Halla la probabilidad de que el tirador con un disparo haga impacto o bien en la primera zona o bien en la segunda.

A) 0,45  B) 0,35  C) 0,15
D) 0,75  E) 0,80

27. La probabilidad de que el día sea lluvioso es 0,7. ¿Cuál es la probabilidad de que el día sea claro?

A) 0,1  B) 0,5  C) 0,7
D) 0,9  E) N. A.

28. En una urna hay 20 bolillas numeradas del 1 al 20. Si se van sacando al azar una a una (sin reposición), ¿cuál es la probabilidad de que la bolilla número 8 salga precisamente en la octava posición?

A) $\frac{1}{10}$  B) $\frac{1}{15}$  C) $\frac{1}{16}$  D) $\frac{1}{18}$  E) $\frac{1}{20}$

29. A un jugador se le reparten cinco cartas de una baraja corriente (52 naipes). Calcula la probabilidad de que le salga una tercia de ases (las otras dos cartas son diferentes y no forman otro par).

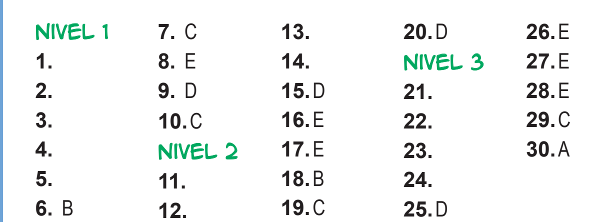
A) $\frac{2532}{2\,598\,950}$  B) $\frac{3535}{2\,543\,210}$  C) $\frac{4224}{2\,598\,960}$

D) $\frac{2424}{2\,598\,960}$  E) $\frac{2524}{3\,598\,960}$

30. Se colocan en una urna 4 fichas blancas, 3 negras y 6 rojas. Se sacan 2 una después de otra sin devolver a la urna la primera sacada. Calcula la probabilidad de que sean blancas o rojas las dos.

A) $\frac{7}{26}$  B) $\frac{3}{28}$  C) $\frac{12}{29}$  D) $\frac{9}{26}$  E) N. A.

### Claves



| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| NIVEL 1 | 7. C | 13. | 20. D | 26. E |
| 1. | 8. E | 14. | NIVEL 3 | 27. E |
| 2. | 9. D | 15. D | 21. | 28. E |
| 3. | 10. C | 16. E | 22. | 29. C |
| 4. | NIVEL 2 | 17. E | 23. | 30. A |
| 5. | 11. | 18. B | 24. | |
| 6. B | 12. | 19. C | 25. D | |

# MARATÓN Matemática

- ¿De cuántas formas se pueden ubicar en un tablero de ajedrez, 8 torres idénticas, de modo que no se puedan "comer" una a la otra?

**Resolución:**

Para que las 8 torres ubicadas en el tablero de ajedrez no se puedan "comer" una a la otra, en cada línea horizontal y en cada línea vertical deberá haber una sola torre.

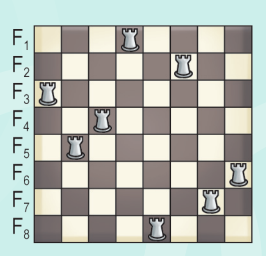
Denotemos:

$F_1$: la 1.ª fila horizontal
$F_2$: la 2.ª fila horizontal
⋮
$F_8$: la 8.ª fila horizontal

Entonces, ($F_1$; $F_2$; ...; $F_8$) será cierta permutación de los números 1; 2; ...; 8. Debemos tener en cuenta que entre los números $F_1$; $F_2$; ...; $F_8$ no hay dos iguales, puesto que de ser así, dos torres quedarían en una misma vertical.

Luego, si $F_1$; $F_2$; ...; $F_8$ es una permutación de los números 1; 2; ...; 8, a esta le corresponderá cierta distribución de las torres en la cual no se podrán comer una a la otra.

Por ejemplo, en la siguiente figura se representa la distribución de las torres correspondientes a la permutación 46132875.

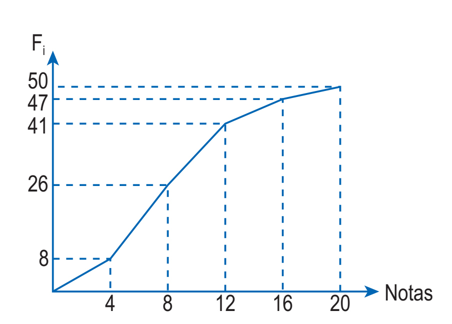



De esta manera, el número de distribuciones buscadas de las torres es igual al número de permutaciones de los números 1; 2; ...; 8, es decir, va a ser igual a $P_8$.

Luego: $P_8 = 8! = 40\,320$

Por lo tanto, las 8 torres idénticas pueden ubicarse de la forma requerida, de 40 320 formas diferentes.

Enunciado para los problemas: 1; 2 y 3.
La siguiente ojiva muestra la frecuencia acumulada de las notas del curso de Física II.




**1.** Halla la nota promedio.

A) 7,51 B) 8,12 C) 8,24
D) 9,15 E) 10,01

**2.** Halla la mediana.

A) 3,1 B) $7,\widehat{7}$ C) $8,\widehat{11}$
D) 9,3 E) 16,1

**3.** ¿Cuántos alumnos obtuvieron una nota mayor que 9 y menor que 15?

A) 11 B) 12 C) 13
D) 14 E) 16

**4.** Raúl se dispone a transportar en un camión, de Huancayo a Lima, cierto número de vacas, caballos y asnos. Si dicho camión tiene una capacidad para 9 animales, ¿de cuántas maneras los puede transportar si tiene disponibles más de nueve animales de cada especie?

A) 165 B) 166 C) 167
D) 168 E) 169

**5.** De un grupo de 8 personas, se busca escoger un grupo de 5 personas para abordar un automóvil. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden escoger, si se sabe que de las 8 personas solo 3 tienen licencia para conducir?

A) 105 B) 106 C) 107
D) 108 E) 109

**6.** En un baile escolar, la profesora forma parejas conformadas por un niño y una niña. Si en el aula hay un total de 21 alumnos de los cuales 10 son niñas, ¿cuántas posibles parejas distintas podría formar?

A) 106 B) 107 C) 108
D) 109 E) 110

**7.** Si Andrés lanza seis dados simultáneamente, ¿de cuántas maneras puede ocurrir que los seis dados muestren diferentes números?

A) 36 B) 216 C) 648
D) 720 E) 1296

**8.** De los siguientes números se escoge un número al azar.
1; 2; 3; 4; ...; 35
¿Cuál es la probabilidad de que sea un número par o múltiplo de 7?

A) $\frac{1}{35}$ B) $\frac{22}{35}$ C) $\frac{5}{7}$
D) $\frac{2}{35}$ E) $\frac{4}{7}$

**9.** Del enunciado anterior, ¿cuál es la probabilidad de que sea un número múltiplo de 4 o múltiplo de 6?

A) $\frac{13}{35}$ B) $\frac{22}{35}$ C) $\frac{11}{35}$
D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{7}$




Instrucciones: completa los tableros subdivididos en 9 cuadrados llenando las celdas vacías con los números del 1 al 9, sin que se repita ninguna cifra en cada fila, ni en cada columna, ni en cada cuadrado.

1.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 7 | 3 | | | | | 6 | 8 |
| | | | 4 | 2 | | | 9 | 3 |
| | | | 7 | 3 | | 5 | | |
| 3 | | | | | | 8 | 4 | |
| | 1 | | 5 | 6 | 3 | | 7 | |
| | 6 | 2 | | | | | | 1 |
| | | 7 | | 1 | 5 | | | |
| 1 | 3 | | | 9 | 4 | | | |
| 6 | 9 | | | | | 1 | 2 | |

2.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | | 4 | | 3 | | | | 6 |
| | 7 | | | | 9 | | 3 | |
| | | 9 | | | 5 | 8 | | 7 |
| | 1 | 8 | 6 | | 3 | | | |
| 4 | | | | 5 | | | | 2 |
| | | | 4 | | 7 | 1 | 8 | |
| 3 | | 2 | 5 | | | 6 | | |
| | 6 | | 9 | | | | 1 | |
| 9 | | | | 7 | | 5 | | 8 |

3.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | 7 | | | |
| 2 | 5 | | | | 4 | 6 | 7 | |
| | | 6 | | | 5 | 4 | | |
| | | 2 | 1 | 6 | | | 4 | 3 |
| 9 | | | | 4 | | | | 5 |
| 8 | 4 | | | 5 | 3 | 2 | | |
| | | 8 | 4 | | | 5 | | |
| | 1 | 7 | 5 | | | | 2 | 9 |
| | | | 3 | | | | 8 | 4 |

4.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | | 4 | | 1 | | 5 | | 6 |
| | 8 | 6 | | 2 | 4 | | 7 | |
| 7 | | 9 | | | | 4 | | |
| 1 | | | 8 | | | | | |
| | 4 | | | 5 | | | 9 | |
| | | | | | 3 | | | 5 |
| | | 8 | | | | 6 | | 7 |
| | 7 | | 4 | 3 | | 9 | 5 | |
| 9 | | 1 | | 6 | | 2 | | 8 |

5.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 6 | 7 | 1 | 4 | | | | |
| | | 2 | 9 | 6 | | | | 1 |
| | | | 5 | | 8 | | 2 | 6 |
| | | 5 | | | | 8 | 1 | 3 |
| 6 | 1 | | | | | | 7 | 5 |
| 4 | 7 | 8 | | | | 2 | | |
| 5 | 3 | | 7 | | 1 | | | |
| 1 | | | | 2 | 4 | 5 | | |
| | | | | 5 | 3 | 1 | 9 | |

6.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | | 5 | | 9 | 1 | | | 8 |
| 3 | 8 | | 2 | | 7 | | | |
| 9 | | | 8 | 5 | | | | |
| | 5 | | | 8 | | 1 | | 2 |
| | | | 1 | 3 | 9 | | | |
| 7 | | 3 | | 2 | | | 6 | |
| | | | | 4 | 3 | | | 1 |
| | | | 9 | | 2 | | 4 | 7 |
| 1 | | | 5 | 7 | | 9 | | 3 |

7.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 8 | | | | 9 | 6 | | 4 |
| | | | | 7 | | | | 9 |
| 3 | | 9 | | 1 | 8 | 5 | | |
| 8 | | 6 | | | | | | |
| | 5 | 7 | | 4 | | 8 | 2 | |
| | | | | | | 9 | | 3 |
| | | 3 | 8 | 9 | | 2 | | 5 |
| 1 | | | | 5 | | | | |
| 5 | | 2 | 4 | | | | 3 | 8 |

8.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 4 | | 5 | | | |
| | | | | 8 | | | | |
| 1 | 8 | 5 | | | | 4 | 2 | 6 |
| 5 | | 8 | | 3 | | 9 | | 4 |
| | 6 | | 5 | | 7 | | 8 | |
| 7 | | 3 | | 1 | | 2 | | 5 |
| 2 | 3 | 9 | | | | 1 | 4 | 8 |
| | | | | 9 | | | | |
| | | | 8 | | 3 | | | |

# RESPUESTAS:

1.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 7 | 3 | 9 | 5 | 1 | 4 | 6 | 8 |
| 5 | 8 | 1 | 4 | 2 | 6 | 7 | 9 | 3 |
| 9 | 4 | 6 | 7 | 3 | 8 | 5 | 1 | 2 |
| 3 | 5 | 9 | 1 | 7 | 2 | 8 | 4 | 6 |
| 4 | 1 | 8 | 5 | 6 | 3 | 2 | 7 | 9 |
| 7 | 6 | 2 | 8 | 4 | 9 | 3 | 5 | 1 |
| 8 | 2 | 7 | 6 | 1 | 5 | 9 | 3 | 4 |
| 1 | 3 | 5 | 2 | 9 | 4 | 6 | 8 | 7 |
| 6 | 9 | 4 | 3 | 8 | 7 | 1 | 2 | 5 |

2.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 2 | 4 | 7 | 3 | 1 | 9 | 5 | 6 |
| 6 | 7 | 5 | 8 | 4 | 9 | 2 | 3 | 1 |
| 1 | 3 | 9 | 2 | 6 | 5 | 8 | 4 | 7 |
| 7 | 1 | 8 | 6 | 2 | 3 | 4 | 9 | 5 |
| 4 | 9 | 3 | 1 | 5 | 8 | 7 | 6 | 2 |
| 2 | 5 | 6 | 4 | 9 | 7 | 1 | 8 | 3 |
| 3 | 8 | 2 | 5 | 1 | 4 | 6 | 7 | 9 |
| 5 | 6 | 7 | 9 | 8 | 2 | 3 | 1 | 4 |
| 9 | 4 | 1 | 3 | 7 | 6 | 5 | 2 | 8 |

3.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 4 | 6 | 2 | 7 | 9 | 5 | 8 |
| 2 | 5 | 9 | 8 | 3 | 4 | 6 | 7 | 1 |
| 7 | 8 | 6 | 9 | 1 | 5 | 4 | 3 | 2 |
| 5 | 7 | 2 | 1 | 6 | 9 | 8 | 4 | 3 |
| 9 | 6 | 3 | 2 | 4 | 8 | 7 | 1 | 5 |
| 8 | 4 | 1 | 7 | 5 | 3 | 2 | 9 | 6 |
| 3 | 2 | 8 | 4 | 9 | 1 | 5 | 6 | 7 |
| 4 | 1 | 7 | 5 | 8 | 6 | 3 | 2 | 9 |
| 6 | 9 | 5 | 3 | 7 | 2 | 7 | 8 | 4 |

4.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 2 | 4 | 7 | 1 | 9 | 5 | 8 | 6 |
| 5 | 8 | 6 | 3 | 2 | 4 | 1 | 7 | 9 |
| 7 | 1 | 9 | 6 | 8 | 5 | 4 | 2 | 3 |
| 1 | 9 | 5 | 8 | 7 | 2 | 3 | 6 | 4 |
| 8 | 4 | 3 | 1 | 5 | 6 | 7 | 9 | 2 |
| 2 | 6 | 7 | 9 | 4 | 3 | 8 | 1 | 5 |
| 4 | 5 | 8 | 2 | 9 | 1 | 6 | 3 | 7 |
| 6 | 7 | 2 | 4 | 3 | 8 | 9 | 5 | 1 |
| 9 | 3 | 1 | 5 | 6 | 7 | 2 | 4 | 8 |

5.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 6 | 7 | 1 | 4 | 2 | 9 | 5 | 8 |
| 8 | 5 | 2 | 9 | 6 | 7 | 3 | 4 | 1 |
| 9 | 4 | 1 | 5 | 3 | 8 | 7 | 2 | 6 |
| 2 | 9 | 5 | 4 | 7 | 6 | 8 | 1 | 3 |
| 6 | 1 | 3 | 2 | 8 | 9 | 4 | 7 | 5 |
| 4 | 7 | 8 | 3 | 1 | 5 | 2 | 6 | 9 |
| 5 | 3 | 4 | 7 | 9 | 1 | 6 | 8 | 2 |
| 1 | 8 | 9 | 6 | 2 | 4 | 5 | 3 | 7 |
| 7 | 2 | 6 | 8 | 5 | 3 | 1 | 9 | 4 |

6.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 4 | 5 | 3 | 9 | 1 | 2 | 7 | 8 |
| 3 | 8 | 1 | 2 | 6 | 7 | 4 | 9 | 5 |
| 9 | 7 | 2 | 8 | 5 | 4 | 3 | 1 | 6 |
| 4 | 5 | 9 | 7 | 8 | 6 | 1 | 3 | 2 |
| 8 | 2 | 6 | 1 | 3 | 9 | 7 | 5 | 4 |
| 7 | 1 | 3 | 4 | 2 | 5 | 8 | 6 | 9 |
| 2 | 9 | 7 | 6 | 4 | 3 | 5 | 8 | 1 |
| 5 | 3 | 8 | 9 | 1 | 2 | 6 | 4 | 7 |
| 1 | 6 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 2 | 3 |

7.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 8 | 5 | 2 | 3 | 9 | 6 | 1 | 4 |
| 6 | 2 | 1 | 5 | 7 | 4 | 3 | 8 | 9 |
| 3 | 4 | 9 | 6 | 1 | 8 | 5 | 7 | 2 |
| 8 | 3 | 6 | 9 | 2 | 5 | 7 | 4 | 1 |
| 9 | 5 | 7 | 1 | 4 | 3 | 8 | 2 | 6 |
| 2 | 1 | 4 | 7 | 8 | 6 | 9 | 5 | 3 |
| 4 | 7 | 3 | 8 | 9 | 1 | 2 | 6 | 5 |
| 1 | 6 | 8 | 3 | 5 | 2 | 4 | 9 | 7 |
| 5 | 9 | 2 | 4 | 6 | 7 | 1 | 3 | 8 |

8.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 2 | 7 | 4 | 6 | 5 | 8 | 1 | 9 |
| 6 | 9 | 4 | 2 | 8 | 1 | 7 | 5 | 3 |
| 1 | 8 | 5 | 3 | 7 | 9 | 4 | 2 | 6 |
| 5 | 1 | 8 | 6 | 3 | 2 | 9 | 7 | 4 |
| 9 | 6 | 2 | 5 | 4 | 7 | 3 | 8 | 1 |
| 7 | 4 | 3 | 9 | 1 | 8 | 2 | 6 | 5 |
| 2 | 3 | 9 | 7 | 5 | 6 | 1 | 4 | 8 |
| 8 | 7 | 6 | 1 | 9 | 4 | 5 | 3 | 2 |
| 4 | 5 | 1 | 8 | 2 | 3 | 6 | 9 | 7 |

Este libro se terminó de imprimir
en los talleres gráficos de Editorial San Marcos situados en
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, S.J.L. Lima, Perú
RUC 10090984344